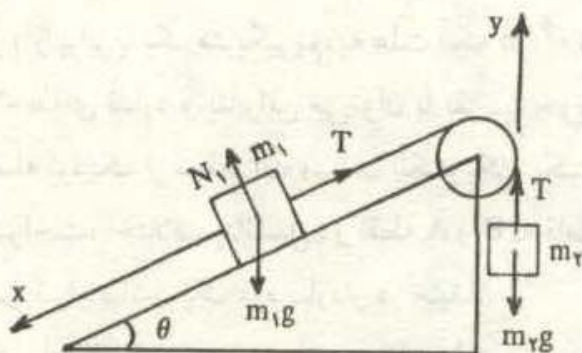


۲

## حل مسئله‌ها

۱- در شکل (۷۲-۸) نیروهای وارد بر دو جرم  $m_1$  و  $m_2$  نشان داده شده است. نیروهای  $T$  که به دو جرم وارد شده است نیروی کشش نخ است که چون نخ بدون جرم است و نیز نخ با قرقره اصطکاک ندارد، مساوی گرفته شده است (برای توضیح به صفحه ۲۸ مراجعه شود) محور  $y$  را در راستای قائم فرض می‌کنیم و برای حرکت جرم  $m_2$  که نیروهای وارد بر آن در راستای این محور است، داریم.



شکل (۷۲-۸)

$$T - m_2g = m_2a_2 \quad (۲۰-۸)$$

محور  $x$  را نیز به موازات سطح شیب‌دار که حرکت جرم  $m_1$  در راستای آن است می‌گیریم و برای حرکت آن داریم.

$$m_1g \sin \theta - T = m_1a_1 \quad (۲۱-۸)$$

در رابطه (۲۰-۸)  $a_2$  شتاب جرم  $m_2$  در راستای محور  $y$  و به طرف بالاست. در رابطه (۲۱-۸)  $a_1$  شتاب جرم  $m_1$  و به طرف پایین سطح شیب‌دار است، زیرا در هر دو رابطه نیروها را با توجه به جهت مثبت انتخاب شده برای محور نوشته‌ایم. آشکار است که به هر اندازه که جرم  $m_2$  بالا رود، جرم  $m_1$  به همان اندازه پایین می‌آید زیرا طول نخ ثابت فرض شده است، پس داریم.

$$a_1 = a_2 \quad (۲۲-۸)$$

از سه رابطه بالا داریم:

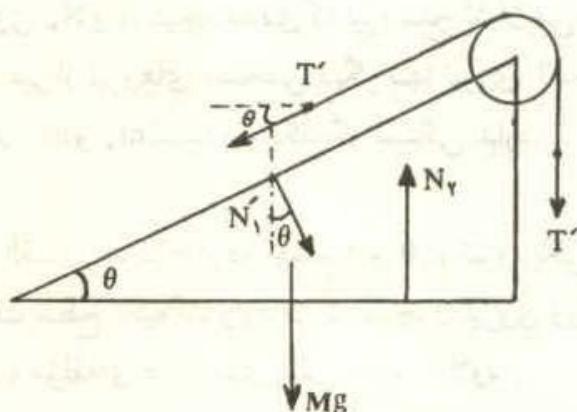
$$a = \frac{m_1 \sin \theta - m_2}{m_1 + m_2} g \quad (۲۳ - ۸)$$

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \theta)}{m_1 + m_2} g \quad (۲۴ - ۸)$$

چون جرم  $m_1$  در راستای عمود بر سطح شیبدار حرکتی ندارد، باید نیروهای وارد بر آن در این راستا صفر باشد. با توجه به شکل (۷۲ - ۸) داریم:

$$N_1 - m_1 g \cos \theta = 0$$

$$N_1 = m_1 g \cos \theta \quad (۲۵ - ۸)$$



در شکل (۷۳ - ۸) نیروهای وارد بر سطح شیبدار و قرقره و نخ روی آن نشان داده شده است. در این شکل  $Mg$  نیروی وزن سطح شیبدار و  $N_1$  نیرویی است که کفه نیرو سنج بر آن وارد می‌کند. چون اصطکاک بین اجزای دستگاه صفر فرض شده است، این نیرو عمود بر سطح کفه در نظر گرفته شده است. دو نیروی  $T'$  و واکنش دو نیروی  $T$  است که از طرف دو جرم  $m_1$  و  $m_2$  بر نخ وارد می‌شود و  $N'_1$  نیز واکنش نیروی

شکل (۷۳ - ۸)

$N_1$  است که از طرف جرم  $m_1$  بر سطح شیبدار وارد می‌شود.

سطح شیبدار حرکتی ندارد، یعنی شتابش صفر است. چون نخ با قرقره اصطکاک ندارد، قرقره نیز نمی‌گردد، بنابراین شتاب قرقره نیز صفر است و علاوه بر آن جرم نخ نیز صفر است. به این ترتیب باید برآیند نیروهای وارد بر مجموعه سطح شیبدار صفر باشد. اگر این برآیند را در راستای قائم به دست آوریم، داریم:

$$N_1 - Mg - N'_1 \cos \theta - T' - T' \sin \theta = 0$$

$$N_1 = Mg + N'_1 \cos \theta + T' (1 + \sin \theta) \quad (۲۶ - ۸)$$

چون  $T'$  و  $N'_1$  به ترتیب با  $T$  و  $N_1$  مساوی هستند، می‌توان مقدار آنها را از رابطه‌های (۸ - ۲۴) و (۸ - ۲۵) در رابطه بالا قرار داد. داریم:

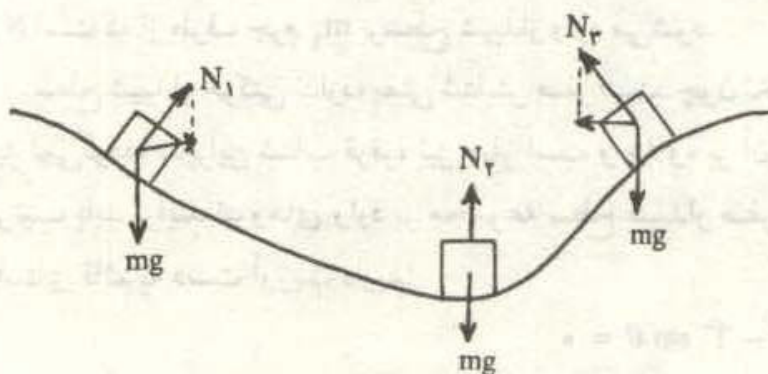
$$N_2 = Mg + m_1 g \cos^2 \theta + \frac{m_1 m_2 (1 + \sin^2 \theta)}{m_1 + m_2} g \quad (۲۷ - ۸)$$

واکنش  $N_2$ ، نیرویی است که سطح شیبدار بر کفه نیروسنج وارد می‌کند و نیروسنج عددی برابر این نیرو را نشان می‌دهد. چون واکنش نیروی  $N_2$  با خود آن هم اندازه است، پس نیروسنج عددی را که از رابطه (۸ - ۲۷) به دست می‌آید، نشان می‌دهد.

از رابطه (۸ - ۲۳) پیداست که اگر  $m_1 \sin \theta > m_2$  باشد، شتاب حرکت مثبت است، یعنی همان طور که ما فرض کرده‌ایم، جرم  $m_2$  بالا رفته و جرم  $m_1$  روی سطح شیبدار پایین می‌آید. در حالی که اگر  $m_1 \sin \theta < m_2$  باشد شتاب حرکت منفی است و برخلاف آنچه فرض کرده‌ایم، جرم  $m_2$  پایین آمده و جرم  $m_1$  روی سطح شیبدار بالا می‌رود. در این حال اندازه شتاب همان است که از رابطه یاد شده به دست می‌آید. توجه شود که مثبت یا منفی بودن شتاب تغییری در نیروی  $N_2$  و در نتیجه عددی که نیروسنج نشان می‌دهد ندارد. این به آن دلیل است که در نیروی  $N_2$  غیر از نیروهای مشخص دیگر تنها نیروی  $T$  دخالت دارد و این نیرو نیز به کوچک و بزرگ بودن  $m_1$  و  $m_2$  نسبت به یکدیگر بستگی ندارد.

-۲

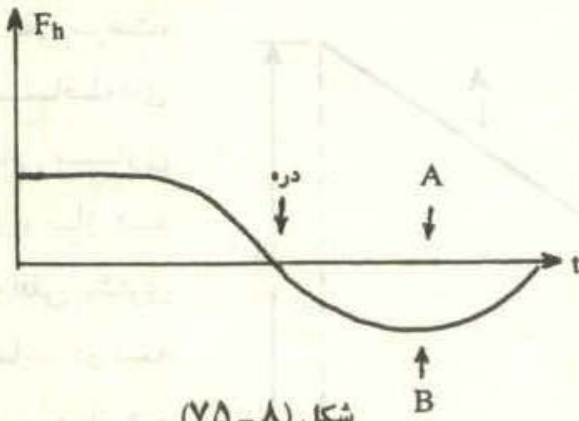
الف) بر هر کدام از دو جسم  $A$  و  $B$  دو نیرو، یکی از طرف کره زمین، وزن و دیگری نیرویی از طرف سطح تکیه‌گاه وارد می‌شود. چون نیروی وزن در هر دو مورد قائم است، بنابراین نیروی وزن، مؤلفه‌ای در راستای افقی ندارد. علاوه بر آن چون میان هر دو جسم با سطح، اصطکاک وجود ندارد، نیرویی که سطح بر هر یک از دو جسم وارد می‌کند، بر سطح تکیه‌گاه عمود است (اگر نیروی سطح بر سطح عمود نباشد، مؤلفه‌ای مماس بر سطح دارد که همان نیروی اصطکاک است) بنابراین نیروی افقی وارد بر جسم  $A$  همواره صفر است، اما در مورد جسم  $B$  این طور نیست.



شکل (۸ - ۲۴)

در شکل (۸ - ۲۴) جسم  $B$  در سه موقعیت از مسیر خود نشان داده شده است. اگر جهت مثبت محور افقی را به راست بگیریم، همان‌طور که از شکل

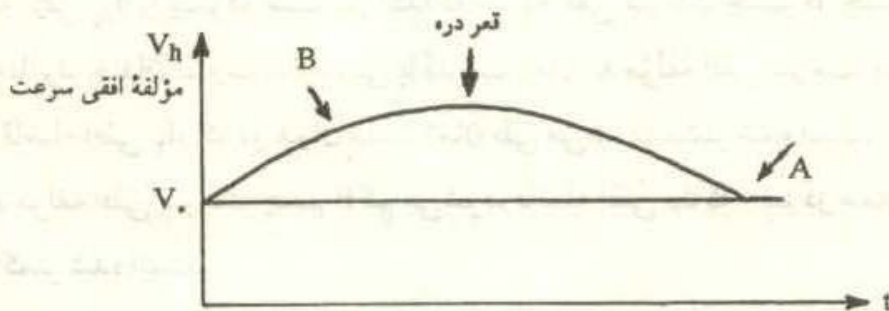
پیداست نیروی افقی وارد بر جسم B در ابتدای مسیر تا درّه مثبت، در قعر درّه صفر و از قعر درّه تا پایان مسیر منفی است. بنابراین نمودار مؤلفه افقی نیروی وارد بر جسم به ترتیبی است که در شکل (۸-۷۵) نشان داده شده است.



شکل (۸-۷۵)

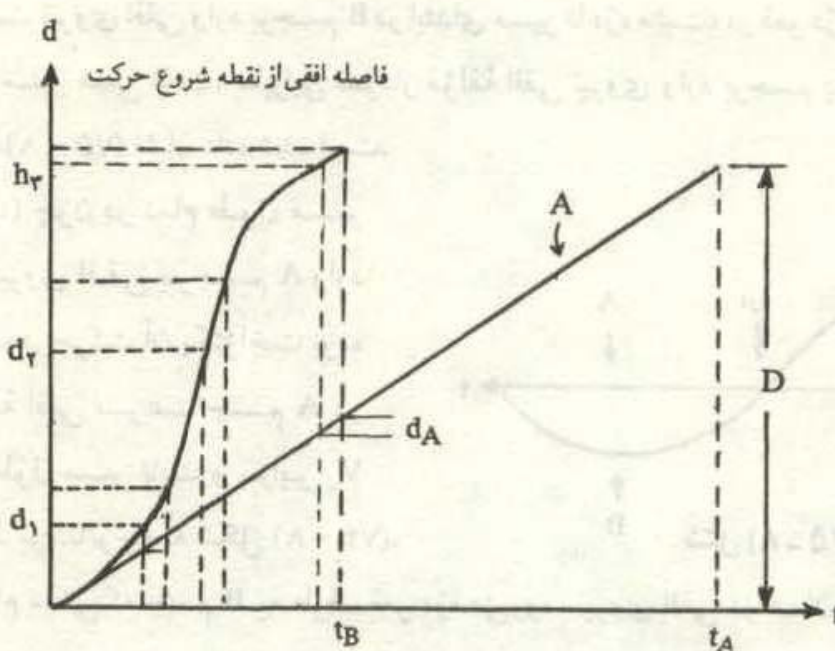
ب) چون در تمام طول مسیر هیچ نیروی افقی بر جسم A وارد نمی‌شود. حرکت آن یکنواخت بوده و مؤلفه افقی سرعت جسم A در تمام طول مسیر ثابت و برابر  $V_0$  خواهد بود. باتوجه به شکل (۸-۷۴)،

در تمام مدتی که جسم B به طرف قعر درّه می‌رود، نیروی افقی در همان جهت سرعت به آن وارد می‌شود. این نیروی افقی، شتابی به جسم B می‌دهد که بر سرعت آن می‌افزاید. بنابراین در فاصله ابتدای درّه تا قعر آن دائماً بر سرعت افقی جسم B افزوده می‌شود. هنگامی که جسم B از قعر درّه به بالا می‌رود، نیروی افقی منفی که در خلاف جهت مؤلفه افقی سرعت آن است بر جسم B وارد می‌شود. این نیرو شتابی به جسم B می‌دهد که دائماً اندازه مؤلفه افقی سرعت آن را کم می‌کند. بنابراین مؤلفه افقی سرعت دو جسم A و B برحسب زمان، مشابه شکل (۸-۷۶) خواهد بود.



شکل (۸-۷۶)

ج) چون جسم A تمام مسیر را با سرعت یکنواخت  $V_0$  می‌پیماید، فاصله افقی آن از نقطه شروع حرکت به طور خطی با زمان تغییر می‌کند. ولی جسم B در نیمه اول مسیر دائماً بر مؤلفه افقی سرعتش اضافه می‌شود و بنابراین در یک فاصله زمانی مساوی فاصله افقی بیشتری را

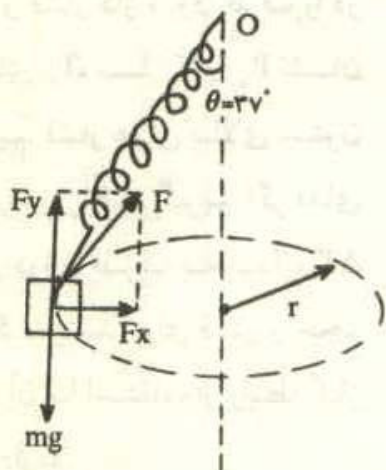


می‌پیماید و به علت زیاد شدن مؤلفه افقی سرعت، در فاصله‌های زمانی مساوی بعدی، باز هم فاصله افقی بیشتری می‌پیماید. در نیمه دوم مسیر، باز هم مؤلفه افقی سرعت جسم B از سرعت جسم A بیشتر است

شکل (۸-۷۷)

ولی چون مرتب از این مؤلفه سرعت کم می‌شود، با گذشت زمان در یک فاصله زمانی معین فاصله‌های افقی کمتری را می‌پیماید. بنابراین نمودار فاصله افقی دو جسم از نقطه شروع حرکت نسبت به زمان، مشابه شکل (۸-۷۷) خواهد بود. فاصله افقی که جسم B در سه زمان کوتاه مساوی می‌پیماید در شکل با  $d_1$ ،  $d_2$ ،  $d_3$  نشان داده شده است. در همین مدت زمان کوتاه جسم A، فاصله افقی  $d_A$  را پیموده است. در ابتدا که مؤلفه افقی سرعت جسم B چندان زیاد نشده است،  $d_1$  با  $d_A$  چندان تفاوت ندارد ولی با گذشت زمان که مؤلفه افقی سرعت جسم B زیادتر می‌شود، فاصله افقی  $d_2$  که در همان مدت زمان طی می‌شود، بیشتر شده است. در پایان مسیر که دوباره مؤلفه افقی سرعت جسم B کم می‌شود، فاصله افقی  $d_3$  که آنهم در همان مدت زمان طی شده کمتر شده است.

(د) آشکار است که جسم B و جسم A هر دو فاصله افقی یکسانی را تا رسیدن به پایان مسیر می‌پیمایند. ولی چون سرعت افقی جسم B در تمام مسیر از سرعت افقی جسم A بیشتر است، جسم B زودتر به پایان مسیر می‌رسد. از شکل (۸-۷۷) نیز همین بر می‌آید زیرا یک فاصله افقی معین مثلاً D، توسط جسم A در مدت  $t_A$  و توسط جسم B در مدت  $t_B$  که کوچکتر از  $t_A$  است، پیموده شده است.



شکل (۷۸-۸)

۳- در شکل (۷۸-۸) نیروهای وارد بر جسم  $m$  نشان داده شده است. نیروی  $mg$  از طرف کره زمین و نیروی  $F$  از طرف فنر بر جسم وارد شده است. نیروی کشسانی  $F$  را روی دو محور قائم و محور افقی تصویر می‌کنیم. داریم:

$$F_y = F \cos \theta \quad F_x = F \sin \theta$$

چون جسم روی یک دایره می‌گردد و حرکتش دایره‌ای یکنواخت است، شتاب آن، شعاعی و به طرف مرکز دایره است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم باید در راستای شعاع و به طرف مرکز دایره باشد. از طرفی در راستای قائم شتاب صفر است و باید برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر باشد. داریم:

$$F \times 0.8 = mg = 2 \times 10 \Rightarrow F = 25 \text{ N}$$

این نیرو سبب افزایش طول فنر می‌شود. با استفاده از قانون هوک داریم:

$$F = K \Delta l \rightarrow \Delta l = \frac{25}{250} = 0.1 \text{ m}$$

چون طول اولیه فنر  $l_0 = 0.3 \text{ m}$  بوده است، هنگامی که فنر کش می‌آید، طول آن چنین خواهد بود:

$$l = l_0 + \Delta l = 0.3 + 0.1 = 0.4 \text{ m}$$

از شکل (۷۸-۸) پیداست که نیروی  $F_x$  در راستای شعاع دایره‌ای است که جسم روی آن می‌گردد و این نیرو شتاب شعاعی را به وجود می‌آورد. داریم:

$$F \sin \theta = m r \omega^2 = m (l \sin \theta) \omega^2$$

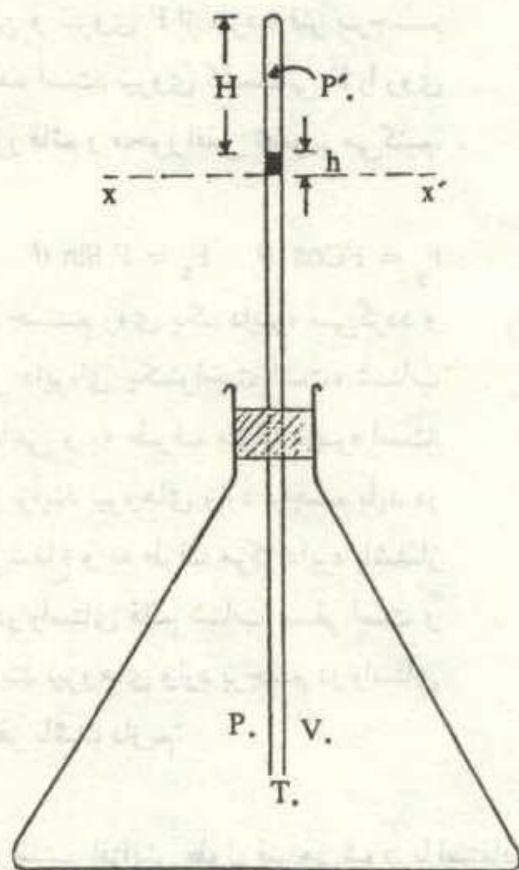
$$25 \times 0.6 = 2 \times (0.4 \times 0.6) \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{25}{0.8} = 31.25$$

$$\omega = \sqrt{31.25} = 5.6 \text{ Rad/s}$$

با داشتن  $\omega$ ، می‌توان دوره حرکت جسم روی دایره را از رابطه زیر به دست آورد.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.14}{5.6} = 1.12 \text{ s}$$



شکل (۸-۷۹)

۴- دماسنج موردنظر در شکل (۸-۷۹) نشان داده شده است. حجم و فشار گاز درون ظرف را در دمای  $T_0$ ، با  $V_0$  و  $P_0$  نشان می‌دهیم. فشار هوای بالای ستون جیوه را نیز  $P'$  می‌گیریم. اگر دمای هوای درون ظرف به اندازه  $\Delta T$  تغییر کرده باشد، برای فشار و حجم جدید آن با استفاده از رابطه گاز کامل داریم.

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{PV}{T_0 + \Delta T} \quad (۸-۲۸)$$

در رابطه بالا  $P$  و  $V$  به ترتیب فشار و حجم گاز درون ظرف پس از تغییر دما است. چون تغییر حجم هوای درون ظرف نسبت به حجم آن کوچک فرض شده است،

می‌توان با تقریب خوبی  $V$  را با  $V_0$  برابر گرفت. بنابراین از رابطه (۸-۲۸) داریم:

$$P = P_0 \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} \quad (۸-۲۹)$$

از رابطه (۸-۲۹) می‌توان تغییر فشار هوای درون ظرف را به دست آورد.

$$\Delta P = P - P_0 = P_0 \left( \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} - 1 \right) = P_0 \frac{\Delta T}{T_0} \quad (۸-۳۰)$$

تغییر حجم هوای درون ظرف سبب تغییر حجم هوای بالای ستون جیوه خواهد شد. چون انتقال گرما از هوای درون ظرف به هوای بالای ستون جیوه ناچیز فرض شده است، دمای هوای بالای ستون جیوه ثابت در نظر گرفته می‌شود و داریم:

$$P'_0 \times HS = P' (H + \Delta H)S \quad \checkmark \quad P' = P'_0 \frac{H}{H + \Delta H} \quad (۸-۳۱)$$

در رابطه (۸-۳۱)  $\Delta H$  تغییر ارتفاع هوای بالای ستون جیوه و  $S$  سطح مقطع لوله است. تغییر

فشار هوای بالای ستون جیوه چنین است:

$$\Delta P' = P' - P'_0 = P'_0 \left( \frac{H}{H + \Delta H} - 1 \right) = P'_0 \frac{-\Delta H}{H + \Delta H} \quad (۳۲-۸)$$

با استفاده از شکل (۷۹-۸) می‌توان دریافت که در هر دمایی فشار هوای درون ظرف بر سطح پایینی ستون جیوه باید با مجموع فشار هوای بالای ستون جیوه و نیز فشاری که خود ستون جیوه ایجاد می‌کند، برابر باشد. در دمای  $T_0$  داریم:

$$P_0 = P'_0 + \rho gh \quad (۳۳-۸)$$

پس از تغییر دما نیز باید مشابه رابطه بالا برقرار باشد و داریم:

$$P = P' + \rho gh \quad (۳۴-۸)$$

اگر طرفین رابطه‌های (۳۳-۸) و (۳۴-۸) را از هم کم کنیم، نتیجه زیر به دست می‌آید.

$$P - P_0 = P' - P'_0 \rightarrow \Delta P = \Delta P' \quad (۳۵-۸)$$

رابطه (۳۵-۸) را به روش دیگری نیز می‌توان به دست آورد. چون ستون جیوه همواره در حالت تعادل است، تغییر فشار در یک طرف، ستون جیوه را به طرفی خواهد راند تا مجدداً به حالت تعادل برسد. در این حالت هر تغییری که در فشار یک طرف ایجاد شده باشد، مثلاً مقداری بر فشار افزوده شده باشد، باید همان تغییر فشار در طرف دیگر نیز به وجود آمده باشد، یعنی فشار طرف دیگر نیز به همان اندازه افزوده شده باشد.

اکنون با استفاده از رابطه‌های (۳۰-۸)، (۳۲-۸) و با توجه به رابطه (۳۵-۸) داریم:

$$P'_0 \frac{-\Delta H}{H + \Delta H} = P_0 \frac{\Delta T}{T_0}$$

$$-P'_0 T_0 \Delta H = HP_0 \Delta T + P_0 \Delta H \Delta T$$

$$\Delta H (P'_0 T_0 + P_0 \Delta T) = -HP_0 \Delta T \quad (۳۶-۸)$$

چون تغییر حجم هوای درون ظرف نسبت به حجم آن کوچک است، از رابطه (۲۸-۸) پیدا است که  $\Delta T \ll T_0$  است. در رابطه (۳۶-۸)  $P_0$  و  $P'_0$  در حدود یکدیگرند، زیرا با توجه به رابطه (۳۳-۸) تفاوت آنها  $\rho gh$  است و  $h$  نیز بسیار کوچک است. بنابراین می‌توان از  $P_0 \Delta T$  در برابر  $P'_0 T_0$  چشم پوشید، لذا داریم:

$$\Delta T = -\frac{P'_0 T_0}{HP_0} \Delta H \quad (۳۷-۸)$$

اگر در رابطه بالا، به جای  $P'_0$  مقدار آن را از رابطه (۳۳-۸) قرار دهیم، داریم:

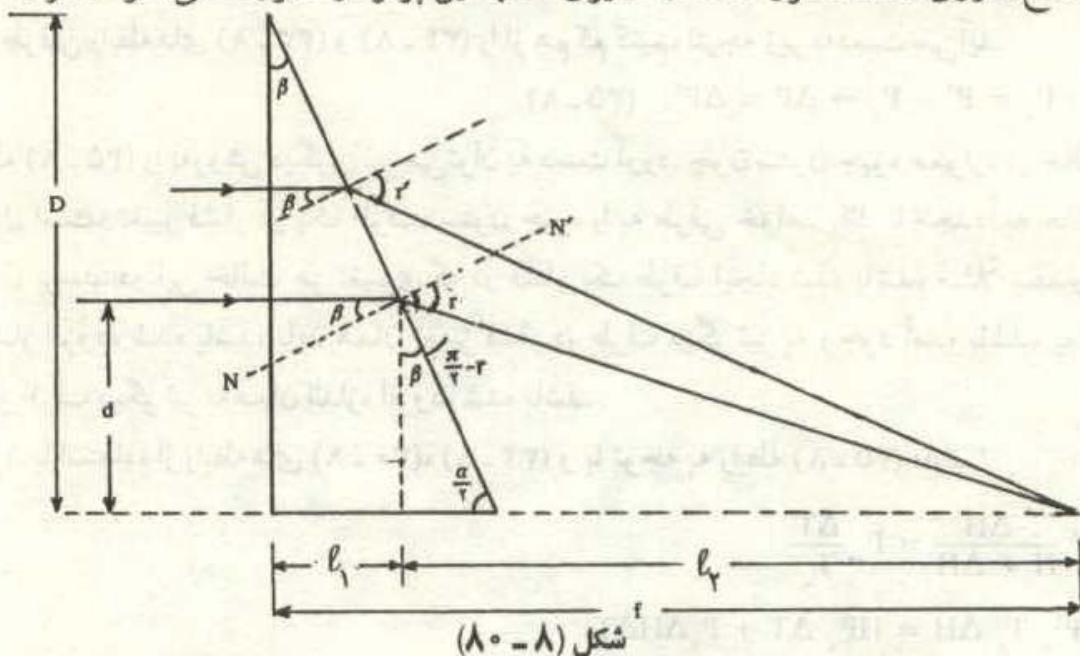
$$\Delta T = -\frac{(P_0 - \rho gh) T_0}{HP_0} \Delta H \quad (۳۸-۸)$$

رابطه (۳۸-۸)، رابطه مورد نظر است که تغییرات دما را بر حسب تغییرات ارتفاع هوای



بالای ستون جیوه به دست می‌دهد. توجه کنید که تغییرات دما و ارتفاع هوا، در دو جهت مخالف هم هستند زیرا، آشکار است که اگر دمای هوای درون ظرف بالا برود ( $\Delta T > 0$ )، افزایش فشار آن سبب بالا رفتن ستون جیوه می‌شود و در نتیجه ارتفاع هوای بالای ستون جیوه کم می‌شود، یعنی  $\Delta H < 0$  خواهد بود.

۵- پرتو نوری را در نظر می‌گیریم که به فاصله  $d$  از محور مخروط به قاعده آن می‌تابد. این پرتو روی صفحه‌ای است که از محور مخروط می‌گذرد و در شکل (۸-۸۰) نشان داده شده است. تمام پرتوهایی که به همین فاصله از محور مخروط به قاعده آن می‌تابد (محل تابش آنها دایره‌ای به شعاع  $d$  روی قاعده مخروط است) مسیری مشابه این پرتو در مخروط طی خواهد کرد.



چون این پرتو عمود بر قاعده مخروط به آن می‌تابد، بدون شکست وارد مخروط می‌شود. خط  $NN'$  را بر سطح مخروط عمود کرده‌ایم و پرتو نوری که وارد مخروط شده است با این خط زاویه  $\beta$  می‌سازد، زیرا دو ضلع این زاویه بر اضلاع زاویه  $\beta$  عمود است. این پرتو با زاویه  $r$  از مخروط خارج می‌شود و در نقطه‌ای به فاصله  $f$  از قاعده مخروط محور مخروط را قطع می‌کند. با استفاده از قانون شکست نور داریم:

$$\sin r = n \sin \beta \quad (۸-۳۹)$$

پرتو نوری که به فاصله دیگری از مخروط به قاعده آن می‌تابد، با همان زاویه  $\beta$  به بدنه مخروط می‌خورد ولی چون این پرتو نیز در همان نقطه محور مخروط را قطع می‌کند، آشکار است که زاویه خروجی پرتو از مخروط تفاوت خواهد داشت و به جای  $r$ ، زاویه  $r'$  خواهد بود. بنابراین در رابطه (۸-۳۸) مقدار ثابتی نخواهد داشت و باید به نحوی باشد، تا همه پرتوها در یک نقطه محور مخروط را قطع کنند. با استفاده از شکل (۸-۸۰) داریم:

$$f = l_1 + l_2 \quad (۸-۴۰)$$

با استفاده از شکل داریم:

$$L_1 = (D - d) \operatorname{tg} \beta \quad (41 - 8)$$

$$L_2 = d \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - r + \beta \right) = d \operatorname{cotg} (r - \beta) = \frac{d}{\operatorname{tg} (r - \beta)} \quad (42 - 8)$$

چون زاویه رأس مخروط بسیار بزرگ و نزدیک  $180^\circ$  است، پس  $\beta$  زاویه کوچکی است و می‌توان نوشت:

$$\sin \beta \approx \operatorname{tg} \beta \approx \beta$$

چون ضریب شکست  $n$  نیز چندان بزرگ نیست و حدود ۲ است، پس زاویه شکست  $r$  نیز کوچک است و می‌توان نوشت:

$$\sin r \approx r$$

در نتیجه رابطه (۸ - ۳۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$r = n \beta \quad (43 - 8)$$

اکنون با استفاده از رابطه‌های (۸ - ۴۰) تا (۸ - ۴۳) داریم:

$$f = (D - d) \beta + d \frac{1}{(n - 1) \beta}$$

$$\frac{1}{(n - 1)} = \frac{\beta}{d} [f - (D - d) \beta]$$

$$n = \frac{d}{\beta} \frac{1}{f - (D - d) \beta} + 1 \quad (44 - 8)$$

در رابطه (۸ - ۴۴) کمیت‌های  $\beta$ ،  $f$  و  $D$  مقادیر ثابتی هستند و ضریب شکست  $n$  بر حسب  $d$ ، فاصله

از محور مخروط نشان داده شده است.

۶ - در شکل (۸ - ۸۱) قسمتی از مدار

نشان داده شده است. از نقطه  $O$  سه

مقاومت مشابه به نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$

بسته شده است. به علت تقارن مدار،

جریان در سه مقاومت  $R$  که میان

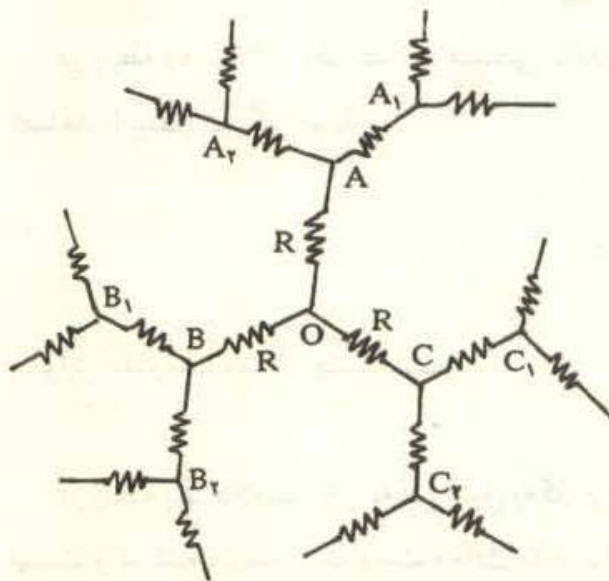
نقطه  $O$  و سه نقطه مزبور بسته شده است،

برابر است و بنابراین، پتانسیل نقاط

یاد شده برابر است. در این صورت

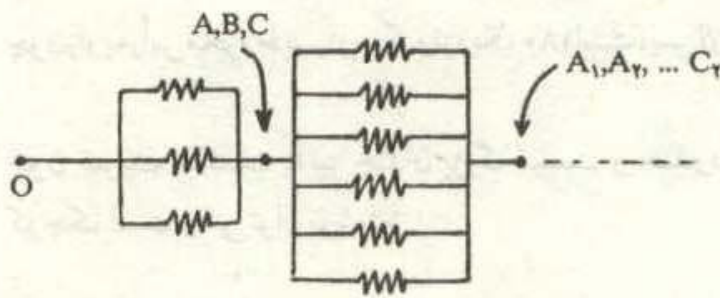
می‌توان بدون تغییر در مدار، این سه

نقطه را به هم وصل کرد. به این ترتیب



شکل (۸ - ۸۱)

سه مقاومت مشابه میان نقطه O و سه نقطه دیگر که به هم وصل شده‌اند بسته شده است، یعنی سه مقاومت مشابه موازی شده‌اند.



با همین استدلال

می‌توان دریافت که پتانسیل

نقاط  $C_1, B_2, B_1, A_2, A_1$  و

$C_2$  نیز برابر است و می‌توان

بدون تغییر در مدار، آنها را به هم

وصل کرد. در این صورت ۶

مقاومت مشابه موازی شده‌اند.

اگر این استدلال را ادامه دهیم،

شکل (۸-۸۲)

درمی‌یابیم که هر پله‌ای که جلو برویم، به تعداد دو برابر پله قبلی مقاومت‌های مشابه موازی خواهیم داشت. این مقاومت‌های موازی در شکل (۸-۸۲) نشان داده شده است و تعداد این پله‌ها بسیار زیاد است.

اکنون می‌توان دریافت که مقاومت میان نقطه O و سطح کره، از تعدادی مقاومت سری

تشکیل شده است. داریم:

$$R_1 = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{12} + \dots = \frac{R}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right) \quad (۸-۴۵)$$

در رابطه (۸-۴۵)، یک تصاعد هندسی با قدر نسبت  $\frac{1}{2}$  وجود دارد. اگر تعداد جملات این

تصاعد را بینهایت بگیریم داریم:

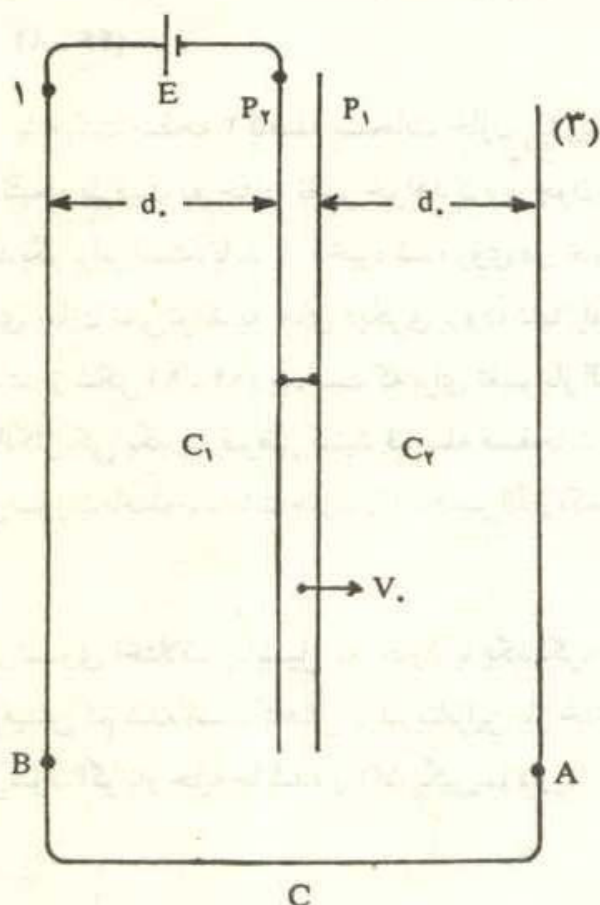
$$\left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

بنابراین مقاومت معادل چنین است.

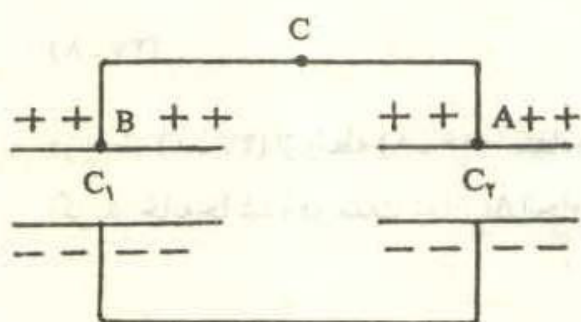
$$R_1 = \frac{2R}{3}$$

در رابطه بالا علامت  $\approx$  را به این دلیل به کار برده‌ایم که تعداد پله‌های شکل (۸-۸۲) بینهایت

نیست و در نتیجه، مقدار مقاومت معادل دقیقاً برابر با  $\frac{2R}{3}$  نخواهد بود.



شکل (۸-۸۳)



شکل (۸-۸۴)

۷- به جای صفحه ۲ که میان دو صفحه ۱ و ۳ قرار گرفته است، مطابق شکل (۸-۸۳) دو صفحه مشابه آن با فاصله کوچک و متصل به هم در نظر می‌گیریم. این دو صفحه را  $P_1$  و  $P_2$  می‌نامیم. صفحه (۱) و  $P_2$  یک خازن تشکیل می‌دهند که به دو صفحه آن یک باتری به نیروی محرکه  $E$  وصل شده است. این خازن را  $C_1$  می‌نامیم. دو صفحه (۳) و  $P_1$  نیز یک خازن تشکیل می‌دهند که آن را  $C_2$  می‌نامیم و به دو صفحه آن نیز همان باتری وصل شده است. زیرا صفحه (۳) از طریق سیم  $A C B$  به قطب مثبت باتری وصل شده است و صفحه  $P_1$  نیز که به صفحه  $P_2$  متصل است، به قطب منفی باتری وصل شده است. چون

دو صفحه مثبت دو خازن (صفحات ۱ و ۳) به هم وصل شده است و دو صفحه منفی آنها نیز (صفحات  $P_1$  و  $P_2$ ) به یکدیگر متصل است، این دو خازن به طور موازی به یکدیگر وصل شده‌اند. بنابراین آنچه در شکل (۸-۸۳) آمده است را می‌توان با مدار شکل (۸-۸۴) نشان داد. در این شکل سیم  $A C B$  نیز

نشان داده شده است. چون فاصله صفحات دو خازن  $C_1$  و  $C_2$  در ابتدا برابر با  $d_0$  است، ظرفیت این خازن‌ها برابر خواهد بود و در نتیجه بار هر دو یکسان است.

چون پس از پر شدن خازن‌ها، باتری را قطع می‌کنیم، در آغاز حرکت صفحه ۲، بار دو خازن برابر است. اگر مساحت هر صفحه را  $A$  بگیریم، بار هر خازن در آغاز حرکت صفحه ۲ چنین است:

$$Q = EC = E \frac{\epsilon_0 A}{d_0} \quad (۴۶-۸)$$

با حرکت صفحه ۲ فاصله صفحات خازن  $C_1$  زیاد و فاصله صفحات خازن  $C_2$  کمتر می‌شود. در نتیجه ظرفیت دو خازن تغییر خواهد کرد و چون اختلاف پتانسیل دو خازن موازی همواره با یکدیگر برابر است، باید بار ذخیره شده روی دو خازن تغییر کند. علاوه بر آن چون بارالکتریکی روی خازن نمی‌تواند به جای دیگری برود، تنها راه جابه‌جا شدن بارالکتریکی میان دو خازن است. از شکل (۸-۸۴) پیداست که برای تغییر بار الکتریکی یکی از خازن‌ها، باید از سیم  $A C B$  بارالکتریکی بگذرد. فرض کنید فاصله صفحات خازن  $C_1$  به اندازه  $\Delta d$  بیشتر شود، در این صورت فاصله صفحات خازن  $C_2$  به همین اندازه کمتر خواهد شد. ظرفیتهای جدید چنین است:

$$C'_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d_0 + \Delta d} \quad C'_2 = \frac{\epsilon_0 A}{d_0 - \Delta d}$$

تساوی اختلاف پتانسیل دو خازن با یکدیگر، ایجاب می‌کند که بارالکتریکی خازنی که ظرفیتش کم شده است کاهش یابد. بنابراین بار خازن  $C_1$  کم شده و به بار خازن  $C_2$  اضافه می‌شود. اگر بار جابه‌جا شده را  $\Delta Q$  بگیریم، داریم:

$$\frac{Q - \Delta Q}{\epsilon_0 A (d_0 + \Delta d)} = \frac{Q + \Delta Q}{\epsilon_0 A (d_0 - \Delta d)}$$

$$(Q - \Delta Q) (d_0 + \Delta d) = (Q + \Delta Q) (d_0 - \Delta d)$$

$$2Q\Delta d - 2d_0\Delta Q = 0$$

$$\Delta Q = \frac{Q}{d_0} \Delta d = \frac{E\epsilon_0 A}{d_0^2} \Delta d \quad (۴۷-۸)$$

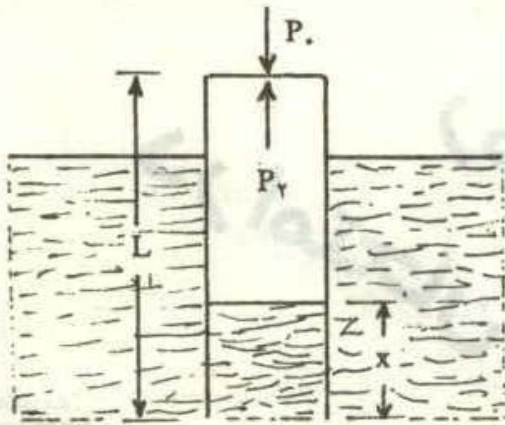
در رابطه (۴۷-۸) از رابطه (۴۶-۸) استفاده شده است.

اگر بار جابه‌جا شده در مدت زمان  $\Delta t$  انجام شده باشد، داریم:

$$\Delta d = v_0 \Delta t$$

$$\Delta Q = \frac{E\epsilon_0 A}{d_0^2} v_0 \Delta t$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{E\epsilon_0 A v_0}{d_0^2}$$



شکل (۸-۸۵)

۸- هنگامی که لبه باز لوله آزمایش با سطح مایع تماس پیدا می‌کند، هوای درون لوله که فشارش  $P_0$  یعنی فشار جو است حجمی برابر با  $V_1 = LA$  دارد. با فرو بردن لوله در مایع این هوا در لوله محبوس می‌شود و با توجه به شکل (۸-۸۵) نهایتاً حجم آن به مقدار  $V_2 = A(L-x)$  می‌رسد. فشار هوای محبوس درون لوله را می‌توان با استفاده از قانون گاز کامل به دست آورد، داریم:

$$P_2 V_2 = P_0 V_1$$

$$P_2 = \frac{P_0 L A}{A(L-x)} = \frac{L}{L-x} P_0 \quad (۸-۴۸)$$

چون لوله آزمایش در حالت تعادل است، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. نیروهای وارد بر لوله چنین است:

الف - نیروی حاصل از فشار هوای بیرون به میزان  $P_0 A$  که به طرف پایین است.

ب - نیروی وزن لوله آزمایش به اندازه  $Mg$  که آن نیز به طرف پایین است.

ج - نیروی حاصل از فشار هوای درون لوله به میزان  $P_2 A$  که به طرف بالاست.

د - نیروی ارشمیدس که به علت ناچیز بودن ضخامت دیواره لوله، قابل چشم‌پوشی است.

بنابراین داریم:

$$P_0 A + Mg = P_2 A = \frac{L}{L-x} P_0 A$$

در رابطه بالا، از رابطه (۸-۴۸) استفاده شده است.

$$(L-x)(P_0 A + Mg) = LP_0 A$$

$$x = \frac{LMg}{P_0 A + Mg}$$

پایان