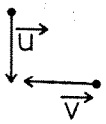
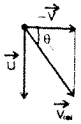
پاسخ سؤالات نظری «مرحله‌ی دوم» سیزدهمین دوره المپیاد فیزیک

۱ـ

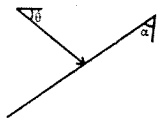
الف) سرعت نسبی قطرات برابر تفاضل سرعتها می‌باشد.





$\vec{v}_{rel}=\vec{u}-\vec{v}$ سرعت نسبی $\Rightarrow$ $\begin{cases} |\vec{v}_{rel}| = \sqrt{u^2+v^2} \\ tg\theta=\frac{u}{v} \Rightarrow \theta = tg^{-1}\frac{u}{v} \end{cases}$

ب) شرط بالارفتن قطرات این است که سرعت آنها مؤلفه‌ای در راستای سطح شیشه و به طرف بالا داشته باشد. برای این وضعیت باید θ از α کمتر باشد. (چرا؟)



$\theta<\alpha \Rightarrow tg^{-1}\frac{u}{v}<\alpha \Rightarrow \frac{u}{v}<tg\alpha$

۲ـ

الف) حجم آب خروجی برابر حجم فضای خالی موجود در یک گام پیچ می‌باشد.

$V=\pi(r_2^2-r_1^2)h_2$

ب) حجم آب خروجی در واحد زمان عبارت است از:

$\phi = NV = N\pi h_2(r_2^2-r_1^2)$

بنابراین سرعت خروج آب می‌شود.

$u=\frac{\phi}{S_0}=\frac{N\pi h_2(r_2^2-r_1^2)}{S_0}$

ج) توان لازم یا کار لازم در واحد زمان عبارت است از

$P=\rho NV\left[\frac{1}{2}u^2+gh\right]$

مقادیر u و v از قسمت‌های الف و ب مشخص است.

د) با جایگزین کردن مقادیر عددی در روابط الف، ب و ج داریم:

$V=\pi(20^2-16^2)\times 25 = 1/13\times 10^4 (cm^3)\approx 1/13\times 10^{-2} m^3$

$\Phi = NV = 0/3\times 1/13\times 10^4 = 3/39\times 10^3 (\frac{cm^3}{s})$

$u=\frac{3/39\times 10^3}{100}=33/9(\frac{cm}{s})\approx 0/34\frac{m}{s}$

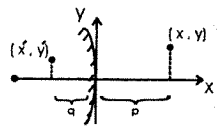
$P=10^3\times 0/3\times 1/13\times 10^{-2}\left[\frac{1}{2}(0/34)^2+10\times 1/8\right]\approx 60 w$

۳ـ

ابتدا تصویر نقطه‌ی (x,y) را می‌یابیم. $p = x$

$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=-\frac{1}{f} \Rightarrow q=\frac{-pf}{p+f} \Rightarrow x'=\frac{-xf}{x+f}$

$y'=y\left|\frac{q}{p}\right|=\frac{yf}{x+f} \Rightarrow (x,y) \rightarrow (\frac{-xf}{x+f},\frac{yf}{x+f})$



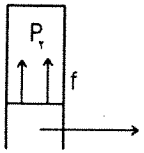
اگر معادله‌ی تصویر $y=F(x)$ باشد داریم:

$F(\frac{-xf}{x+f})=\frac{(mx+b)f}{x+f}$

$\frac{-xf}{x+f}=t \Rightarrow x=\frac{-ft}{f+t} \Rightarrow F(t)=\frac{[m\frac{-ft}{f+t}+b]f}{\frac{-ft}{f+t}+f}=(\frac{b}{f}-m)t+b \Rightarrow y=(\frac{b}{f}-m)x+b$

۴ـ

معادلات هم دما را برای هوای محبوس در بالای لوله می‌نویسیم:



$P_1V_1=P_2V_2 \quad (1)$

فشار اولیه هوای داخل لوله همان فشار هوای بیرون است. $P_1=P_0$

حجم اولیه‌ی هوای داخل لوله نیز برابر است با: $V_1=\frac{\pi}{4}D^2L$

حجم نهایی هوای داخل لوله نیز عبارت است از: $V_2=\frac{\pi}{4}D^2(H-h)$

برای تعیین P_2 معادله تعادل نیرویی را برای جزئی از سطح مایع می‌نویسیم:

$(P_2-P)(\pi\frac{D^2}{4})=f \Rightarrow P_2=P+\frac{f}{(\frac{\pi D^2}{4})}=(P_0-\rho gh)+\frac{\gamma\pi D}{\frac{\pi}{4}D^2} \Rightarrow P_2=P_0-\rho gh+4\frac{\gamma}{D}$

که در آن از $P=P_0-\rho gh$ و $f=r\pi D$ استفاده شده است.

با جایگزین کردن مقادیر P_1، P_2، V_1 و V_2 در رابطه‌ی (۱) بدست می‌آوریم:

$\Rightarrow P_0\frac{\pi}{4}D^2L=(P_0-\rho gh+4\frac{\gamma}{D})\frac{\pi}{4}D^2(H-h)$

$\Rightarrow h^2-h(H+\frac{4\gamma}{\rho gD}+\frac{P_0}{\rho g})+\frac{P_0}{\rho g}(H+\frac{4\gamma}{DP_0}H-L)=0$

$h=\frac{1}{2}(H+\frac{4\gamma}{\rho gD}+\frac{P_0}{\rho g})\pm\frac{1}{2}\sqrt{(H+\frac{4\gamma}{\rho gD}+\frac{P_0}{\rho g})^2-4\frac{P_0}{\rho g}(H+\frac{4\gamma}{DP_0}H-L)}$

جواب منفی قابل قبول است زیرا در حد $\gamma=0$ و $H=L$ مقدار $h=0$ را می‌دهد.

۵ـ

الف) اگر نیروی F را به فنرها وارد کنیم هر کدام به اندازه‌ی Δx تغییر طول می‌دهند.

$\Delta x=\frac{F}{k}$ ، $\Delta x'=2\Delta x \Rightarrow k'=\frac{F}{\Delta x'}=\frac{F}{2\Delta x}=\frac{k}{2}$

ب) در این حالت نیروی $\frac{F}{2}$ به هر فنر وارد می‌شود:

$\Delta x' = \Delta x = \frac{F/2}{k} \Rightarrow k' = \frac{F}{\Delta x'} = 2k$

ج) سطح مقطع میله نمودی از تعداد فنرهای موازی را نشان می‌دهد و طول آن نمایشی از تعداد فنرهای سری است. بنابراین با توجه به اطلاعات مسئله و قسمت‌های الف و ب داریم:

$K = Y$ = برای طول واحد و سطح مقطع واحد

$K_1 = YA$ = برای طول واحد و سطح مقطع واحد A

$K_2 = \frac{Y}{l}$ = برای سطح مقطع واحد و طول l

$K_3 = Y\frac{A}{l}$ = برای طول l و سطح مقطع واحد A

د) فرض کنیم تغییر طول ناشی از دما و فشار در هر یک از میله‌ها به ترتیب Δl_1 و Δx_1 و Δl_2 و Δx_2 باشد.

$l = l_0 + \Delta l_1 + \Delta x_1 = l_0 + \Delta l_2 + \Delta x_2$ طول نهایی

از طرفی نیروی کششی در یکی از میله‌ها باید برابر نیروی فشاری در میله دیگر باشد (با علامت مخالف)

$$\Rightarrow F_1 + F_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} Y_1\frac{A_1}{l_0}\Delta x_1 + Y_2\frac{A_2}{l_0}\Delta x_2 = 0 \\ \lambda_1 l_0 \Delta T + \Delta x_1 = \lambda_2 l_0 \Delta T + \Delta x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = (\lambda_2 - \lambda_1) l_0 \frac{Y_2 A_2}{Y_1 A_1 + Y_2 A_2}\Delta T$$

بنابراین طول نهایی میله‌ها می‌شود:

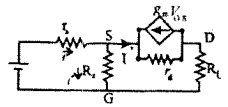
$$l = l_0 + \Delta l_1 + \Delta x_1$$

$$= l_0 [1 + \lambda_1 \Delta T + (\lambda_2 - \lambda_1)\frac{Y_2 A_2}{Y_1 A_1 + Y_2 A_2}\Delta T]$$

$$= l_0 [1 + \frac{\lambda_1 Y_1 A_1 + \lambda_2 Y_2 A_2}{Y_1 A_1 + Y_2 A_2}\Delta T]$$

۲-

الف) با توجه به اینکه r_g بی‌نهایت است، می‌توانیم مقاومت r_g را از مدار شکل ۲ در صورت مسئله، که معادل عنصر شکل ۱ در صورت مسئله است، قطع کنیم. بنابراین مدار معادل ترانزیستور به صورت شکل زیر است. (V_G را صفر می‌گیریم.)



ب) با توجه به مدار شکل بالا داریم:

$$-g_m V_s + \frac{V_s - V_D}{r_d} = \frac{V_D}{R_L} \Rightarrow V_s(-g_m + \frac{1}{r_d}) = V_D(\frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_L})$$

$$A_V = \frac{V_D}{V_s} = \frac{-g_m + \frac{1}{r_d}}{\frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_L}}$$

ج)

$$I = \frac{V_D}{R_L} = \frac{A_V V_s}{R_L} = \frac{1 - r_d g_m}{R_L + r_d} V_s = \frac{r_d g_m - 1}{R_L + r_d} = V_{SG}$$

د) مطابق شکل بالا برای جریانهای شاخه‌های مختلف داریم:

$i = i' + I \quad (1)$

از طرفی $i' = \frac{V_s}{R_s}$ و $I = \frac{V_D}{R_L}$ بنابراین نسبت $\frac{i'}{I}$ عبارت است از:

$$\frac{i'}{I} = \frac{R_L}{R_s}\frac{V_s}{V_D} = \frac{R_L}{R_s A_V}$$

بنابراین با توجه به رابطه‌ی (۱) داریم:

$$\frac{I}{i'} = 1 + \frac{I}{i'}$$

$$\frac{i}{i'} = 1 + \frac{R_s A_V}{R_L} \quad (2)$$

از طرفی با توجه به مدار بالا داریم:

$V_i = r_s i + R_s i'$

$V_s = R_s i'$

بنابراین نسبت $\frac{V_s}{V_i}$ عبارت است از:

$$\frac{V_{SG}}{V_i} = \frac{-V_s}{V_i} = \frac{-R_s i'}{r_s i + R_s i'} = \frac{-R_s}{r_s \frac{i}{i'} + R_s}$$

با جایگزین کردن $\frac{i}{i'}$ از رابطه‌ی (۲) در رابطهٔ اخیر به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{V_{SG}}{V_i} = \frac{-R_s}{r_s[1 + \frac{R_s(1 - g_m r_d)}{r_d + R_L}] + R_s}$$

ه) در حد $r_d \to \infty$، داریم: $A_V = -R_L g_m$ و $\frac{V_{SG}}{V_i} = \frac{-R_s}{r_s(1 - g_m R_s) + R_s}$ بنابراین نسبت $\frac{V_{DG}}{V_i}$ می‌شود:

$$A'_V = \frac{V_{DG}}{V_i} = \frac{V_{DG}}{V_{SG}}\frac{V_{SG}}{V_i} = A_V \frac{V_{SG}}{V_i} = \frac{g_m R_L R_s}{r_s(1 - g_m R_s) + R_s}$$

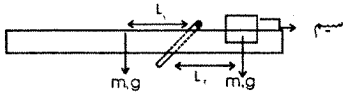
پاسخ سؤال عملی

موضوع: بدست آوردن نسبت جرم یک محصول به جرم یک کاغذ میلیمتری

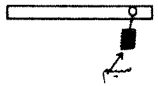
روش آزمایش: روش کلی مسئله این است که کاغذ میلیمتری را چند تا می‌زنیم تا بصورت یک خط کش باریک درآید (دقت می‌کنیم قسمت میلیمتری صفحه به سمتی باشد که بتوان از آن استفاده کرد). پس از آن مرکز جرم این خط کش را مشخص می‌کنیم و با گذاشتن وزنه بر یک سر خط کش سعی می‌کنیم گرانیگاه جدید را به کمک چوب کبریت پیدا کنیم، پس از آن مطابق شکل ۱ با قرائت فاصله سیم و مرکز جرم خط کش از تکیه‌گاه نسبت $\frac{m_1}{m_2} = \frac{L_2}{L_1}$ بدست می‌آید. در انجام این آزمایش به چند نکته باید توجه کرد.

اول اینکه با توجه به اینکه هر چه طول L_1 و L_2 بیشتر باشد خطای نسبی آزمایش کمتر می‌شود، بهتر است کاغذ را از طول تا کنیم بصورتی که طول نهایی خط کش بیشتر شود.

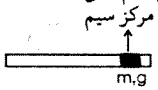
دوم اینکه با توجه به اینکه مشخص کردن مرکز جرم سیم خود عامل خطا است می‌توان به دو صورت عمل کرد:



الف) سیم را به شکل یک وزنه درآورد که انتهای آن یک قلاب دارد (شکل ۲) که با ایجاد یک سوراخ در انتهای خط کش می‌توان این قلاب را از آن آویزان کرد.



ب) چنانچه سیم را به شکل یک فنر درآوریم که روی کاغذ قرار گیرد سعی کنیم حتی‌المقدور سیم فشرده باشد و مرکز سیم را به عنوان مرکز جرم سیم انتخاب کنیم.



سوم اینکه با توجه به سفید بودن حاشیه کاغذ، لازم بود یک بار به کمک چوب کبریت تکیه‌گاه خط کش خالی را بدست بیاوریم، البته می‌شد با فرض همگن بودن کاغذ و اندازه‌گیری طول حواشی نیز محل مرکز جرم را مشخص نمود.

چهارم اینکه برای از بین بردن خطاهای تصادفی بهتر بود آزمایش چند بار تکرار می‌شد.

نتیجه آزمایش:

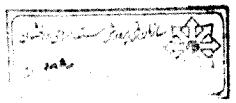
	L_1	L_2	$\frac{m_1}{m_2}=\frac{L_2}{L_1}$
بار اول	۵/۴	۹/۶	۱/۷۸
بار دوم	۵/۱	۸/۹	۱/۷۵
بار سوم	۵/۳	۹/۵	۱/۷۹
بار چهارم	۵/۵	۹/۵	۱/۷۳
متوسط	$m_1 / m_2 = ۱/۷۶$		

که البته با توجه به اینکه ما حداقل خطای ۰/۰۵ را داشتیم، خواهیم داشت:

$$\frac{m_1}{m_2} = ۱/۷۵$$

خطاهای آزمایش:

* پهن بودن چوب کبریت که خود آن حدود ۳ میلیمتر بعد داشت و برای بالابردن دقت می‌شد از گوشه کبریت استفاده نمود.
* خطا در بدست آوردن محل دقیق مرکز جرم چه به کمک چوب کبریت و چه با اندازه‌گیری حاشیه (چنانچه



می‌خواستیم از فرض همگن بودن استفاده کنیم بهتر بود کاغذ را در ابتدا دوتا می‌کردیم تا خط وسط مشخص شود).

* ابتدا کبریت کاملاً عمود بر خط کش نباشد و با آن زاویه بسازد.
* خطای شخص اندازه‌گیر مانند خطای چشم.
* خطای اندازه‌گیری طول که بیشینه دقت ما بصورت ایده‌ال دقت وسیله اندازه‌گیری یعنی یک میلیمتر بود.

باشگاه دانش‌پژوهان جوان (مرکز المپیادهای علمی کشور)
بزودی منتشر می‌کند:

مجموعه سؤالات چند گزینه‌ای همراه با پاسخ‌های تشریحی " از ابتدا تا کنون"

ویژه‌نامه‌ی المپیاد شیمی
ویژه‌نامه‌ی المپیاد فیزیک
ویژه‌نامه‌ی المپیاد ریاضی
ویژه‌نامه‌ی المپیاد کامپیوتر