پاسخ مسئله‌ها

۱ ـ معلومات مسئله چنین است:

جرم بطری = ۲۶۵ g

جرم بطری و گلوله‌های شیشه‌ای = ۶۱۵ g

جرم بطری و گلوله‌های شیشه‌ای و آب = ۹۷۰ g

جرم بطری پر از آب = ۷۶۰ g

جرم گلوله‌های شیشه‌ای = ۶۱۵ − ۲۶۵ = ۳۵۰ g

جرم آب هم حجم بطری = ۷۶۰ − ۲۶۵ = ۴۹۵ g

حجم بطری = $V_1 = \frac{۴۹۵}{۱} = ۴۹۵\ cm^۳$

جرم آب همراه گلوله‌ها = ۹۷۰ − ۶۱۵ = ۳۵۵ g

حجم آب همراه گلوله‌ها = $V' = \frac{۳۵۵}{۱} = ۳۵۵\ cm^۳$

حجم گلوله‌ها $V_۲ = V_۱ - V' = ۴۹۵ - ۳۵۵ = ۱۴۰\ cm^۳$

چگالی گلوله‌ها = $\rho = \frac{m}{V_۲} = \frac{۳۵۰}{۱۴۰} = ۲/۵\ g/cm^۳$

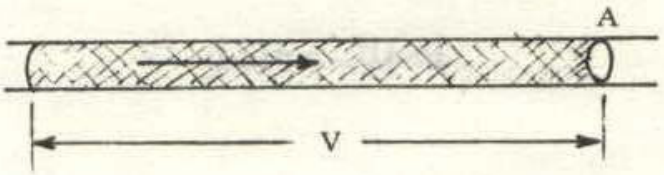
۲ ـ فرض کنید مطابق شکل (۲ ـ ۶۶) مایعی درون یک لوله به سطح مقطع S و با سرعت v جریان دارد. می‌خواهیم حجم مایعی که در یک ثانیه از مقطع معینی مثلاً A از لوله می‌گذرد را حساب کنیم. روی لوله طول V را در نظر می‌گیریم.

پس از یک ثانیه تمام مایعی که در قسمت مشخص شدهٔ لوله قرار دارد، از مقطع A می‌گذرد. بنابراین حجم مایعی که در واحد زمان از مقطع معینی می‌گذرد چنین است:

$v = S V$

اکنون مطابق شکل (۲ ـ ۶۷) یک شیر آب را در نظر بگیرید. حجم آبی که در یک ثانیه از

دهانهٔ شیر خارج می‌شود، عبارت است از: $v = S_1 V_1$



شکل (۲ـ۶۶)

هنگامی که آب پایین می‌رود، بر سرعتش افزوده می‌شود و به $V_2 > V_1$ می‌رسد و چون از مقطع S_2 نیز باید همان مقدار آب در ثانیه بگذرد، پس باید S_2 از S_1 کوچکتر شود. از تساوی مقدار آبی که در ثانیه از هر مقطعی می‌گذرد، داریم:

$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

$$S_2 = \frac{V_1}{V_2} S_1$$

میان سرعت در دو ارتفاع مختلف رابطهٔ زیر برقرار است:

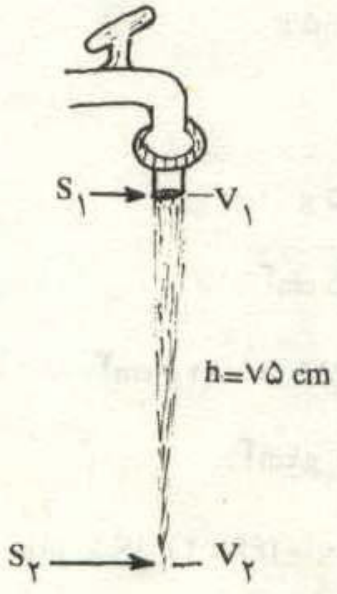
$$V_2^2 - V_1^2 = 2gh$$

$$V_2^2 = 2 \times 10 \times 0/75 + 1 = 16$$

$$V_2 = 4 \text{ m/s}$$

$$S_2 = \frac{\pi}{4} D_2^2 = \frac{V_1}{V_2} \frac{\pi}{4} D_1^2$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{1}{4}}\, D_1 = \frac{1}{2} \text{ cm}$$



شکل (۲ـ۶۷)

۳ ـ در هر ثانیه، همراه قطره‌های باران، 10^{-2} Coul بارالکتریکی به هر متر مربع از سطح زمین می‌رسد. اگر بار الکتریکی در واحد سطح زمین را σ بگیریم مدتی که لازم است تا بارهای رسیده به زمین، بار سطحی زمین را خنثی کنند، چنین است. $\sigma = It$

$$t = \frac{۹ \times ۱۰^{-۱۱}}{۱۰^{-۱۲}} = ۹۰\ s$$

باری که در اثر جریان، در شبانه روز به زمین می‌رسد، چنین است:

$$q = I t' = ۱۰^{-۱۲} \times ۸۶۴۰۰ = ۸/۶۴ \times ۱۰^{-۸}\ Coul$$

باری که در شبانه روز به تمام سطح زمین می‌رسد چنین است:

$$Q = qS = ۸/۶۴ \times ۱۰^{-۸} \times ۴\pi \times (۶/۴ \times ۱۰^{۶})^{۲}$$

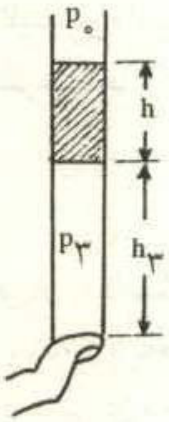
$$Q = ۴/۵ \times ۱۰^{۷}\ Coul$$

این مقدار بار توسط ۴۰۰۰۰ صاعقه خنثی می‌شود تا بار زمین محفوظ بماند. بار هر صاعقه چنین است.

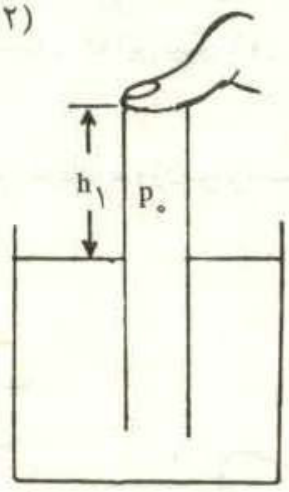
$$Q' = \frac{۴/۵ \times ۱۰^{۷}}{۴۰۰۰۰} = ۱/۱ \times ۱۰^{۳}\ Coul$$

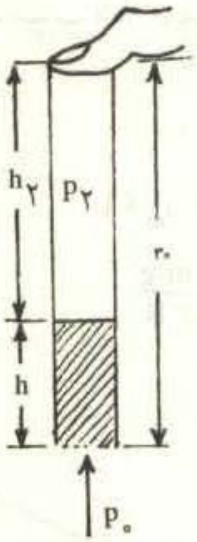
۴ ـ در شکل (۲ ـ ۶۸) لوله در ظرف جیوه و نیز بیرون آن نشان داده شده است. فشار و حجم هوای بالای جیوه در دو حالت با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند. در تمام رابطه‌ها سطح مقطع لوله حذف شده است و در نتیجه به جای حجم ارتفاع نوشته شده است. $p_۰ h_۱ = p_۲ h_۲$

$$۷۰ \times ۱۵ = p_۲ h_۲ \qquad (۱ ـ ۲)$$



شکل (۲ ـ ۶۹)





شکل (۲ ـ ۶۸)

از طرفی فشار هوا و جیوهٔ باقیمانده در لوله باید با فشار هوای بیرون برابر باشد. پس داریم:

$$p_۲ + (۳۰ - h_۲) = p_۰ \qquad (۲ ـ ۲)$$

از دو معادلهٔ (۲ ـ ۱) و (۲ ـ ۲) بالا داریم:

$$h_۲^{۲} + ۴۰ h_۲ - ۱۰۵۰ = ۰$$

$$h_۲ = ۲۰ \pm \sqrt{۴۰۰ + ۱۰۵۰}$$

$$h_۲ = ۱۸$$

$h = ۳۰ - ۱۸ = ۱۲ \text{ cm}$

$p_۲ = ۴۰ + h_۲ = ۴۰ + ۱۲ = ۵۲ \text{ cm Hg}$

در شکل (۲ ـ ۶۹) لولهٔ وارونه شده نشان داده شده است.

برای هوای زیر جیوه داریم:

$p_۳ h_۳ = p_۰ h_۱$

$p_۳ = p_۰ + h = ۷۰ + ۱۲ = ۸۲ \text{ cm Hg}$

$h_۳ = \frac{p_۰ h_۱}{p_۳} = \frac{۱۵ \times ۷۰}{۸۲} = ۱۲/۸ \text{ cm}$

۵ ـ الف ـ میلهٔ a b بر اثر نیروی وزن سقوط می‌کند و مساحت a b c d که شار مغناطیسی از آن می‌گذرد تغییر می‌کند. (به شکل ۲ ـ ۷۰ نگاه کنید) این تغییر شار نیروی محرکهٔ القایی به وجود می‌آورد و این نیروی محرکه در مدار بستهٔ a b c d جریان القایی به وجود می‌آورد. از طرف میدان مغناطیسی بر میلهٔ a b که جریان از آن می‌گذرد نیرویی وارد می‌شود که مطابق قانون لنز این نیرو باید رو به بالا باشد تا با عامل ایجاد نیروی محرکه یعنی سقوط میله مخالفت کند. ابتدا که سرعت کم است، نیروی محرکهٔ القایی، جریان و نیروی روبه بالا کم است و به تدریج زیاد می‌شود. هنگامی که این نیرو با وزن برابر شد، شتاب میله صفر شده و سرعت ثابت می‌ماند.

ب ـ در سرعت حد نیروی وارد بر جریان با وزن برابر است.

$m g = i_m \ell B$

$i_m = \frac{m g}{\ell B}$

جهت جریان با قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آید که از a به‌طرف b است.

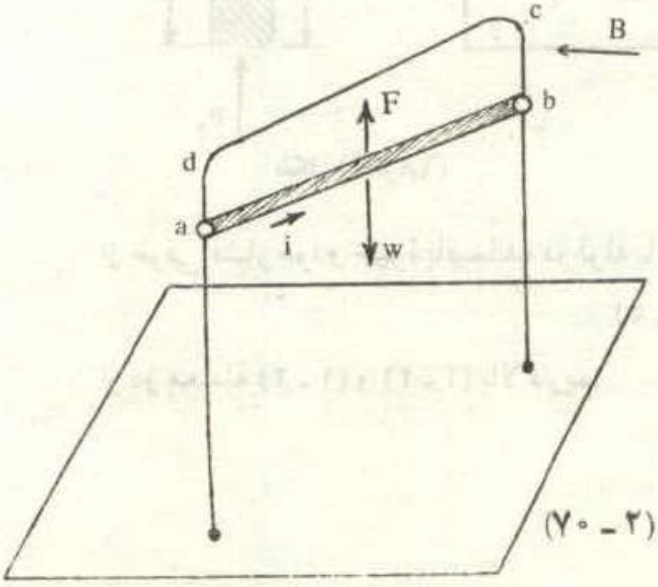
اگر در هر لحظه نیروی محرکهٔ القایی را E و سرعت را V فرض کنیم، داریم:

$E = B \ell V$

هنگامی که میله به سرعت حد می‌رسد، E و V بیشترین مقدار را خواهد داشت.

$E = i_m R = B \ell V_m$

$V_m = \frac{i_m R}{B \ell} = \frac{m g R}{B^۲ \ell^۲}$



شکل (۲ ـ ۷۰)

ج ـ چون سرعت ثابت است (پس از رسیدن به سرعت حد)، میله در مدت t به اندازهٔ $h = V_m t$ سقوط می‌کند و کاهش انرژی پتانسیل گرانشی چنین است.

$$\text{کاهش انرژی پتانسیل گرانشی} = mgh = mgV_m t = \frac{m^2 g^2 R t}{B^2 \ell^2}$$

شده در میله در همین مدت چنین است.

$$\text{انرژی گرمایی تولید شده در میله} = R i_m^2 t = R \frac{m^2 g^2}{\ell^2 B^2} t$$

ملاحظه می‌شود که کاهش انرژی پتانسیل گرانشی با انرژی گرمایی تولید شده در میله یکسان است.

۶ ـ الف ـ افزایش طول میلهٔ آلومینیومی AB بر اثر افزایش دمای یک درجهٔ سلسیوس چنین است:

$$\Delta \ell = \ell \lambda \Delta \theta = ۴۰ \times ۲/۶ \times ۱۰^{-۵} \times ۱ = ۱/۰۴ \times ۱۰^{-۳} \text{ cm} \qquad (۳-۲)$$

با افزایش طول میلهٔ AB، مطابق شکل (۲ ـ ۷۱) آینه دور لولای C به اندازهٔ زاویهٔ α می‌چرخد. چون زاویهٔ α کوچک است، داریم:

$$\alpha = \frac{\Delta \ell}{BC} = \frac{۱/۰۴ \times ۱۰^{-۳}}{۲} = ۰/۵۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ Rad} \qquad (۴-۲)$$

هنگامی که آینه به اندازهٔ زاویهٔ α می‌چرخد، نور بازتابیده به اندازهٔ زاویهٔ ۲α می‌چرخد و باتوجه به شکل (۲ ـ ۷۲) برای فاصلهٔ نقطهٔ روشن P از چشمهٔ S داریم:

$$SP = ۲\alpha \times MS \qquad (۵-۲)$$

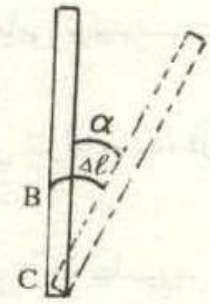
$$SP = ۱/۰۴ \times ۱۰^{-۳} \times MS$$

SP تغییر لکه نورانی برای یک درجهٔ سلسیوس افزایش دما است. میخواهیم این مقدار از

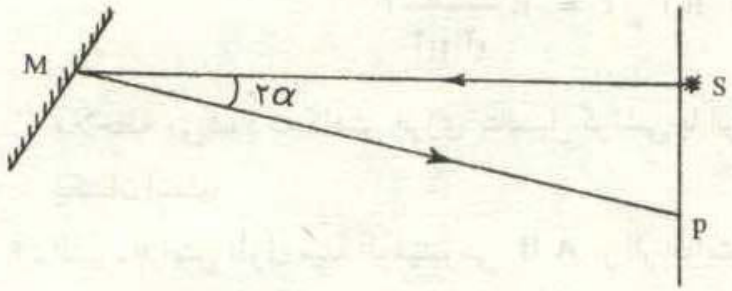
۰/۵ cm کمتر نباشد، زیرا دقت اندازه‌گیری طول روی پرده حداکثر ۰/۵ cm است. پس:

$$MS)_{min} = \frac{۰/۵}{۱/۰۴ \times ۱۰^{-۳}} = ۴۸۰ \text{ cm} = ۴/۸ \text{ m}$$

ب ـ برای دقت بیشتر در اندازه‌گیری دما، به ازای افزایش دمای معین باید جابه‌جایی لکهٔ نورانی بیشتر باشد.



شکل (۲ ـ ۷۱)



شکل (۲ ـ ۷۲)

از رابطه‌های (۲ ـ ۳) و (۲ ـ ۴) و (۲ ـ ۵) برای انحراف لکهٔ نورانی داریم:

$$SP = ۲\frac{\Delta \ell}{BC} \times MS = ۲\frac{\ell \lambda \Delta \theta}{BC} \times MS \qquad (۶ ـ ۲)$$

فاصلهٔ SP از حد معینی نباید کمتر باشد ولی می‌خواهیم $\Delta\theta$ هر چه ممکن است کوچکتر باشد، یعنی اندازه‌گیری دما با دقت بیشتری انجام شود. از رابطهٔ (۲ ـ ۶) پیداست که باید:

ـ طول میلهٔ AB تا حد مقدور بزرگ باشد.

ـ طول آینهٔ BC تا حد مقدور کوچک باشد.

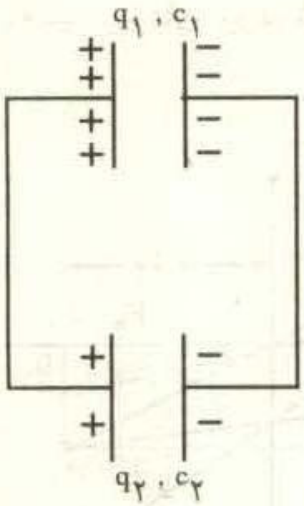
ـ ضریب انبساط حرارتی میلهٔ AB تا حد مقدور بزرگ باشد.

ـ فاصلهٔ پرده از آینه، MS تا حد مقدور بزرگ باشد.

۷ ـ خازنها در شکل (۲ ـ ۷۳) نشان داده شده است:

الف ـ اگر $V_۱ = \frac{q_۱}{c_۱} = \frac{q_۲}{c_۲} = V_۲$ باشد، اختلاف پتانسیل دو خازن یکسان است و با اتصال صفحات همنام، نقاط هم پتانسیل به هم وصل شده‌اند و در اینصورت اتفاقی نخواهد

افتاد. ولی اگر $V_۱ \neq V_۲$ باشد، دو نقطه با پتانسیل‌های متفاوت به هم وصل شده‌اند. در اینحالت بارهای الکتریکی از پتانسیل بالاتر به طرف پتانسیل پایینتر حرکت می‌کنند و کاهش انرژی پتانسیل بارهای الکتریکی، در سیم به حرارت تبدیل می‌شود. پس خازنها پس از اتصال به هم انرژی کمتری خواهند داشت.



شکل (۲ ـ ۷۳)

ب ـ پس از اتصال خازنها به هم، می‌توان آنرا معادل یک خازن با ظرفیت $c = c_۱ + c_۲$ دانست که بار آن $q = q_۱ + q_۲$ است. در این صورت انرژی بعدی چنین است.

$$U_۲ = \frac{۱}{۲}\frac{(q_۱ + q_۲)^۲}{c_۱ + c_۲}$$

برای انرژی قبلی در خازن داریم:

$$U_۱ = \frac{۱}{۲}\frac{q_۱^۲}{c_۱} + \frac{۱}{۲}\frac{q_۲^۲}{c_۲}$$

تغییر انرژی چنین است:

$$\Delta U = U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲}[\frac{(q_۱ + q_۲)^۲}{c_۱ + c_۲} - \frac{q_۱^۲}{c_۱} - \frac{q_۲^۲}{c_۲}]$$

$$۲\Delta U (c_۱ + c_۲) = q_۱^۲ + q_۲^۲ + ۲ q_۱ q_۲ - \frac{c_۱ + c_۲}{c_۱} q_۱^۲ - \frac{c_۱ + c_۲}{c_۲} q_۲^۲$$

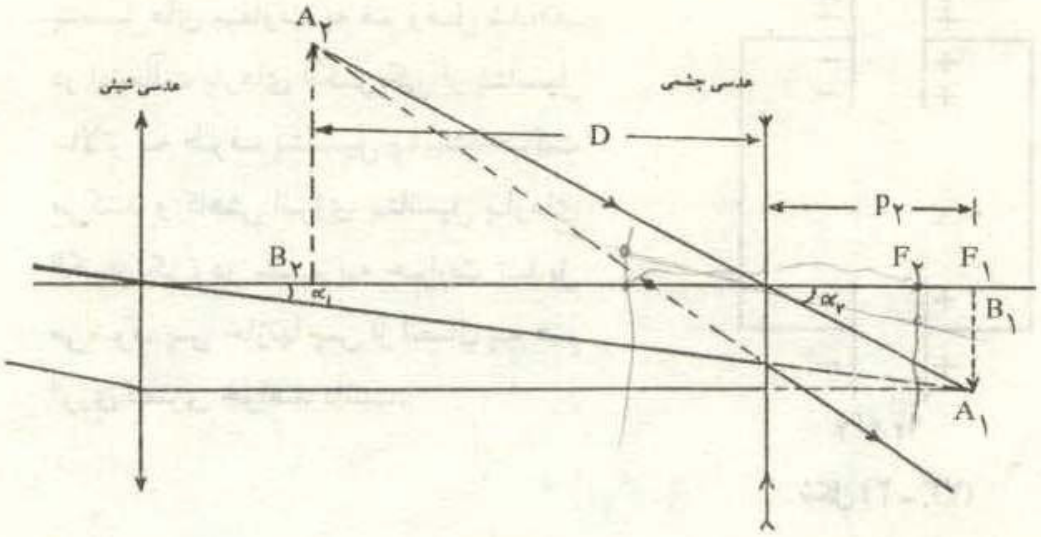
$$= -[\frac{c_۲}{c_۱} q_۱^۲ + \frac{c_۱}{c_۲} q_۲^۲ - ۲ q_۱ q_۲]$$

$$= -\frac{c_۲}{c_۱}[q_۱^۲ + (\frac{c_۱}{c_۲} q_۲)^۲ - ۲ q_۱ \frac{c_۱}{c_۲} q_۲]$$

$$= -\frac{c_۲}{c_۱}[q_۱ - \frac{c_۱}{c_۲} q_۲]^۲ < ۰$$

چون $\Delta U < ۰$ است، پس انرژی خازنها پس از اتصال به هم کاهش یافته است.

۸ ـ الف ـ مسیر پرتوهای نور در شکل (۲ ـ ۷۴) نشان داده شده است.



شکل (۲ - ۷۴)

ب ـ از جسمی که بسیار دور است، تصویری در کانون عدسی شیئی تشکیل می‌شود. بزرگی زاویه‌ای α_1 را می‌توان با توجه به کوچک بودن آن چنین نوشت:

$$\alpha = \frac{A_1 B_1}{f_1}$$

که در آن f_1 فاصلهٔ کانونی عدسی شیئی است.

برای عدسی چشمی داریم:

$$\frac{1}{-P_2} + \frac{1}{-D} = \frac{1}{-f_2}$$

و با توجه به کوچکی α_2، داریم:

$$P_2 = \frac{f_2 D}{D - f_2}$$

$$\alpha_2 = \frac{A_1 B_1}{f_2} = \frac{A_1 B_1 (D - f_2)}{f_2 D}$$

بنابه تعریف درشتنمایی نسبت دو بزرگی زاویه‌ای است.

$$G = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{A_1 B_1 (D - f_2)}{f_2 D} \times \frac{f_1}{A_1 B_1} = \frac{f_1}{f_2}(1 - \frac{f_2}{D}) = \frac{f_1}{f_2} - \frac{f_1}{D}$$

ج ـ در چشم سالم، حداکثر رؤیت بینهایت است، با قراردادن $D = \infty$ در رابطهٔ بالا داریم:

$$G = \frac{f_1}{f_2}$$