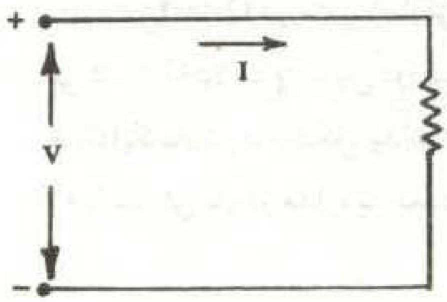
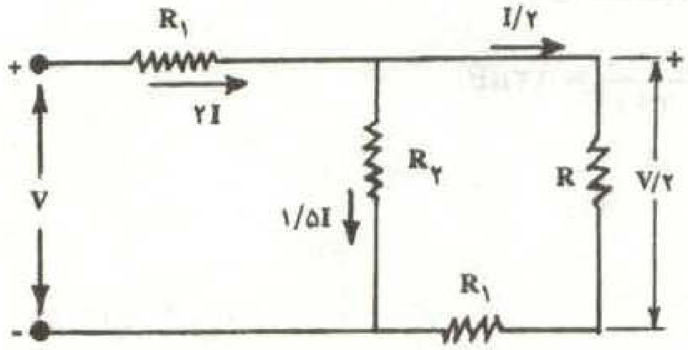
پاسخ مسأله‌های تشریحی

۱ ـ در شکل (۱۰ ـ ۷۳) مقاومت R که به اختلاف پتانسیل V بسته شده، رسم شده است. توان مصرفی مدار به ترتیب زیر است:

$P_1 = VI$



شکل (۱۰ ـ ۷۳)



شکل (۱۰ ـ ۷۴)

مدار موردنظر که با مقاومتهای R، R_1 و R_2 ساخته شده و به همان اختلاف پتانسیل V وصل شده است، در شکل (۱۰ ـ ۷۴) نشان داده شده است. چون اختلاف دو سر مقاومت R در این حالت $\frac{V}{2}$ شده است، پس جریانی که از مقاومت R می‌گذرد، $\frac{I}{2}$ است. چون توان مصرفی کل مدار $2P_1$ شده است، پس جریان کلی که از منبع اختلاف پتانسیل می‌گذرد، $2I$ است. این جریانها در شاخه‌های شکل (۱۰ ـ ۷۴) مشخص شده است. اختلاف پتانسیل را در دو حلقهٔ مدار می‌نویسیم داریم:

$$V = 2IR_1 + 1/5IR_2$$

$$V = 2IR_1 + 0/5IR + 0/5IR_1$$

اگر $V = IR$ را از مدار اول در دو معادلهٔ بالا بگذاریم، نتیجه می‌شود:

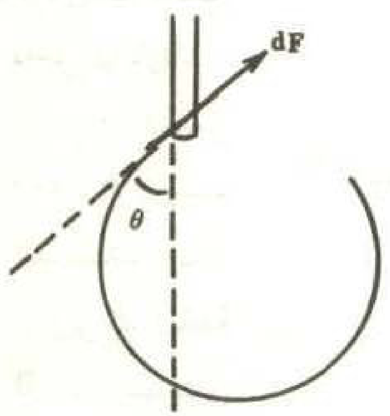
$$R = 2R_1 + 1/5R_2$$

$$R = 2/5R_1 + 0/5R$$

با توجه به اینکه $R = ۱۰\,\Omega$ است، می‌توان مقادیر مقاومتهای $R_۱$ و $R_۲$ را به دست آورد. داریم:

$$۲R_۱ + ۱/۵R_۲ = ۱۰$$
$$۲/۵R_۱ = ۰/۵ \times ۱۰$$
$$R_۱ = ۲\Omega \quad R_۲ = ۴\Omega$$

۲ ـ محل اتصال قطره به دهانهٔ قطره‌چکان، دایره‌ای به قطر d است. دور تا دور این دایره نیروی کشش سطحی به قطره وارد می‌شود. در شکل (۱۰ ـ ۷۵) نیرویی که در یک قسمت از این دایره به طول $d\ell$ بر قطره وارد می‌شود، نشان داده شده است. این نیرو بر سطح آزاد قطره مماس و بر $d\ell$ عمود است. مقدار این نیرو چنین است: $dF = \tau d\ell$



شکل (۱۰ ـ ۷۵)

نیروی dF را در راستای قائم و افقی تجزیه می‌کنیم. داریم:

$$dF_y = dF\, Cos\,\theta = \tau\, d\ell\, Cos\,\theta$$
$$dF_x = dF\, Sin\,\theta = \tau\, d\ell\, Sin\,\theta$$

از شکل (۱۰ ـ ۷۵) پیداست که مؤلفه‌های افقی نیروهای dF بر قسمت‌های مختلف دایرهٔ یاد شده، یکدیگر را خنثی می‌کنند و مؤلفه‌های قائم این نیروها با یکدیگر جمع می‌شوند. برای مؤلفهٔ قائم کشش سطحی نتیجه زیر به دست می‌آید.

$$F_y = \int dF_y = \tau\, Cos\,\theta \int d\ell = \tau\,(\pi d)\, Cos\,\theta$$

الف ـ نیروهای وارد بر قطره به ترتیب زیر است:

نیروی وزن قطره در راستای قائم و به طرف پایین.

نیروی کشش سطحی در راستای قائم و به طرف بالا.

نیروی ناشی از فشار هوای اطراف قطره که برآیند آن در راستای قائم و به طرف بالا است.

نیروی ناشی از فشار مایع داخلی قطره چکان که در راستای قائم و به طرف پایین است.

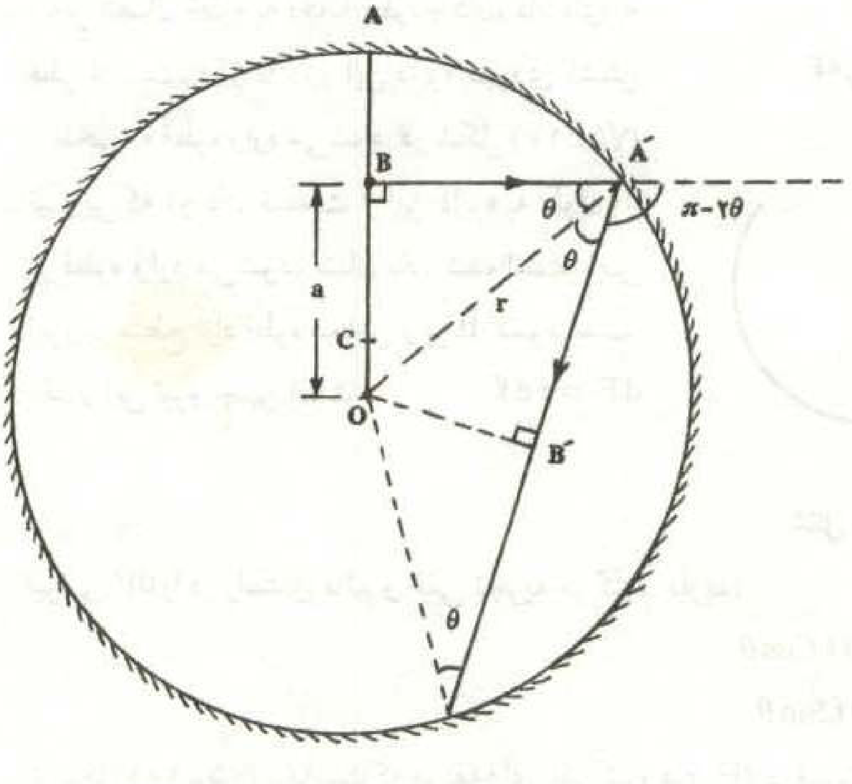
ب ـ در حالت تعادل نیروی F_y با نیروی وزن قطره برابر است و داریم:

$$\rho V g = \pi d \tau\, Cos\,\theta$$

ج ـ از رابطهٔ اخیر پیداست که هرچه حجم قطره بیشتر باشد، باید $\cos\theta$ بزرگتر باشد. زیرا تمام کمیت‌های دیگر ثابت هستند. برای به دست آوردن بیشترین حجم قطره، $\cos\theta = 1$ است و داریم:

$$V_m = \frac{\pi d \tau}{\rho g} = \frac{3/14 \times 2 \times 10^{-3} \times 0/07}{10^3 \times 10} = 44 \times 10^{-9}\, m^3 \Rightarrow V_m = 44\, mm^3$$

۳ ـ کره‌ای که سطح داخل آن بازتابنده است، در شکل (۱۰ ـ ۷۶) رسم شده است. پرتویی که از نقطهٔ B و در راستای عمود بر OA به سطح بازتابنده می‌تابد، دارای زاویهٔ تابش θ است و با زاویه θ بازتاب می‌کند. از



شکل (۱۰ ـ ۷٦)

شکل پیداست که همواره زاویه تابش همان θ می‌ماند.

الف ـ از مرکز کره بر پرتو بازتابیده عمود می‌کنیم. دو مثلث OBA' و $OB'A'$ با یکدیگر برابرند، زیرا هر دو قائم‌الزاویه‌اند و وتر و یک زاویهٔ آنها با هم برابر است. بنابراین $OB' = a$ خواهد بود. اگر پرتو بازتابیدهٔ بعدی را رسم کنیم، باز هم مشاهده می‌شود که فاصلهٔ عمودی مرکز کره از پرتو بازتابیده همواره a است. در نتیجه پرتو بازتابیده همواره بر سطح کره‌ای به شعاع a و به مرکز کرهٔ بازتابنده مماس خواهد بود و هیچ‌گاه از نقطه‌ای با فاصله کمتر از a از مرکز کره نخواهد گذشت. بنابراین پرتو بازتابیده هیچ‌گاه از نقطه C نمی‌گذرد.

ب ـ با استفاده از شکل (۱۰ ـ ۷۶) آشکار است که زاویهٔ انحراف اولین پرتویی که از نقطه B به سطح داخل کره می‌تابد، $\pi - 2\theta$ است. برای آنکه پرتو بازتابیده مجدداً از نقطهٔ B بگذرد،

باید مجموع زاویه‌های انحراف پرتوهای بازتابیده، مضرب درستی از $\text{۲}\pi$ باشد. اگر پس از n بازتاب، پرتو بازتابیده مجدداً از نقطهٔ B بگذرد، داریم:

$$n(\pi - \text{۲}\theta) = m(\text{۲}\pi)$$

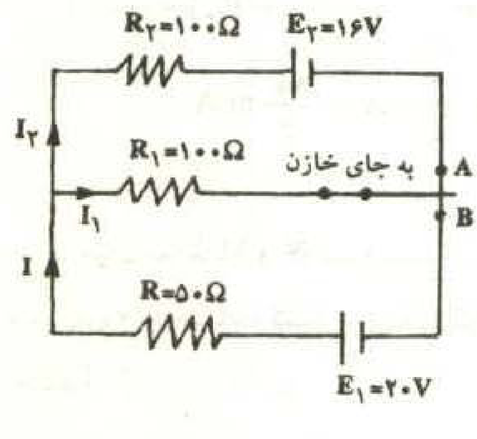
$$n\left(\pi - \frac{\text{۲} \times \text{۸}\pi}{\text{۱۹}}\right) = \text{۲}m\pi$$

$$\frac{n}{m} = \frac{\text{۳۸}}{\text{۳}} \Rightarrow n = \text{۳۸}$$

بنابراین پس از ۳۸ بازتاب، نور $\text{۶}\pi = \text{۲}\pi \times \text{۳}$ انحراف پیدا کرده و برای اولین بار از نقطهٔ B می‌گذرد.

۴ - هنگامی که یک خازن به یک باتری وصل می‌شود، به تدریج بار الکتریکی روی صفحه‌های آن جمع می‌شود و همراه افزایش بار خازن، اختلاف پتانسیل دو سر آن نیز زیاد می‌شود. در مدتی که خازن پر می‌شود، از مداری که خازن در آن قرار دارد جریان می‌گذرد. این به معنای عبور جریان الکتریکی از فضای میان صفحه‌های خازن نیست، زیرا بارالکتریکی از عایق میان صفحه‌ها عبور نمی‌کند. هنگامی که خازن پر شد، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن با منبعی که آن را پر می‌کند، برابر شد، دیگر از مداری که خازن در آن است جریانی نمی‌گذرد. با این توضیحات، اکنون به حل مسأله می‌پردازیم.

الف - قبل از بستن کلید خازن خالی است، پس از بستن کلید بار خازن به تدریج زیاد می‌شود، اما در لحظهٔ $t = \text{۰}$، یعنی بلافاصله پس از بستن کلید، هنوز باری روی صفحه‌های خازن جمع نشده است. در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر خازن صفر است و می‌توان خازن را با یک سیم بدون مقاومت یکسان گرفت. در این لحظه مدار مانند شکل (۱۰ - ۷۷) است. با استفاده از قانون کیرشهف داریم:



شکل (۱۰ - ۷۷)

$$I = I_۱ + I_۲$$
$$E_۱ = RI + R_۱ I_۱$$
$$E_۱ - E_۲ = RI + R_۲ I_۲$$

با قراردادن مقادیر عددی داریم:

$$I = I_۱ + I_۲$$
$$۲۰ = ۵۰ I + ۱۰۰ I_۱$$
$$۲۰ - ۱۶ = ۵۰ I + ۱۰۰ I_۲$$

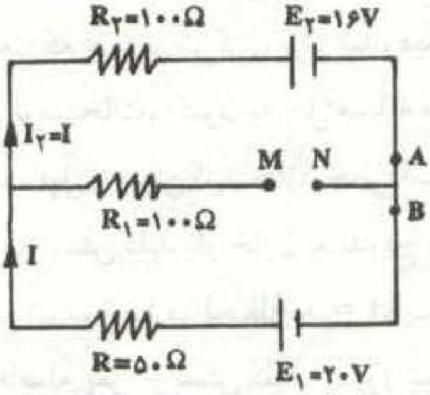
از حل معادله‌های بالا مقادیر زیر به دست می‌آید:

$$I = ۱۲۰\,mA \qquad I_۱ = ۱۴۰\,mA \qquad I_۲ = -۲۰\,mA$$

پ - پس از مدت طولانی خازن پر می‌شود و دیگر جریانی از شاخه وسط نمی‌گذرد. در این حالت خازن مانند مدار باز است. این حالت در شکل (۱۰ - ۷۸) رسم شده است. جریان در یک حلقه می‌گذرد و معادلهٔ اختلاف پتانسیل در این حلقه به ترتیب زیر است:

$$۲۰ - ۱۶ = I(R + R_۲) = ۱۵۰ I$$

$$I = \frac{۴}{۱۵۰} A = \frac{۸۰}{۳} m A$$



شکل (۱۰ - ۷۸)

خازن میان نقاط M و N بسته شده است. برای به دست آوردن بار خازن در لحظهٔ $t \longrightarrow \infty$، باید V_{MN} را حساب کنیم. برای این کار از نقطهٔ M شروع و یکی از حلقه‌ها را دور می‌زنیم تا به نقطهٔ N برسیم. داریم:

$$V_M + R_۱ \times ۰ + RI - E_۱ = V_N$$

$$V_{MN} = V_M - V_N = E_۱ - RI = ۲۰ - ۵۰ \times \frac{۴}{۱۵۰} = \frac{۵۶}{۳} V$$

$$Q = CV = ۳ \times ۱۰^{-۶} \frac{۵۶}{۳} = ۵۶ \times ۱۰^{-۶}\,C$$

ج ـ در لحظه‌ای که جریان $I_۲ = ۰$، مدار مانند شکل (۱۰ ـ ۷۹) است. در این مدار با استفاده از قانونهای کیرشهف داریم:

$$E_۱ = RI + R_۱I + V_c$$

$$E_۱ - E_۲ = RI + R_۲ \times ۰$$

با قرار دادن مقادیر عددی معادله‌های زیر به دست می‌آید:

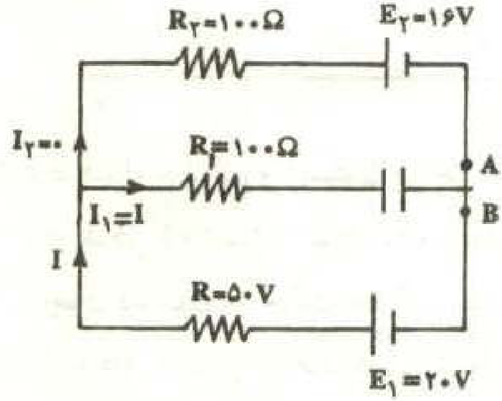
$$۲۰ = (۵۰ + ۱۰۰)I + V_c$$

$$۴ = ۵۰\,I$$

$$I = \frac{۴}{۵۰}A = ۸۰\,mA$$

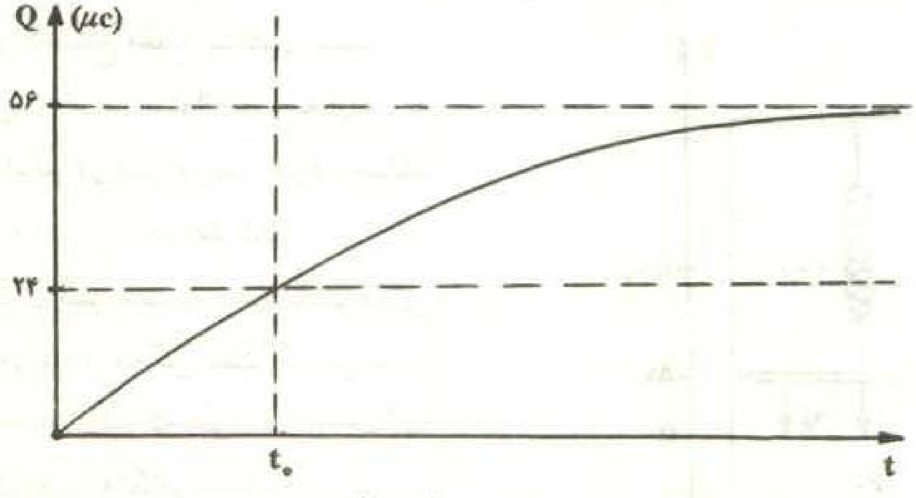
$$V_c = ۸V$$

$$Q = V_cC = ۸ \times ۳ \times ۱۰^{-۶} = ۲۴ \times ۱۰^{-۶}C$$

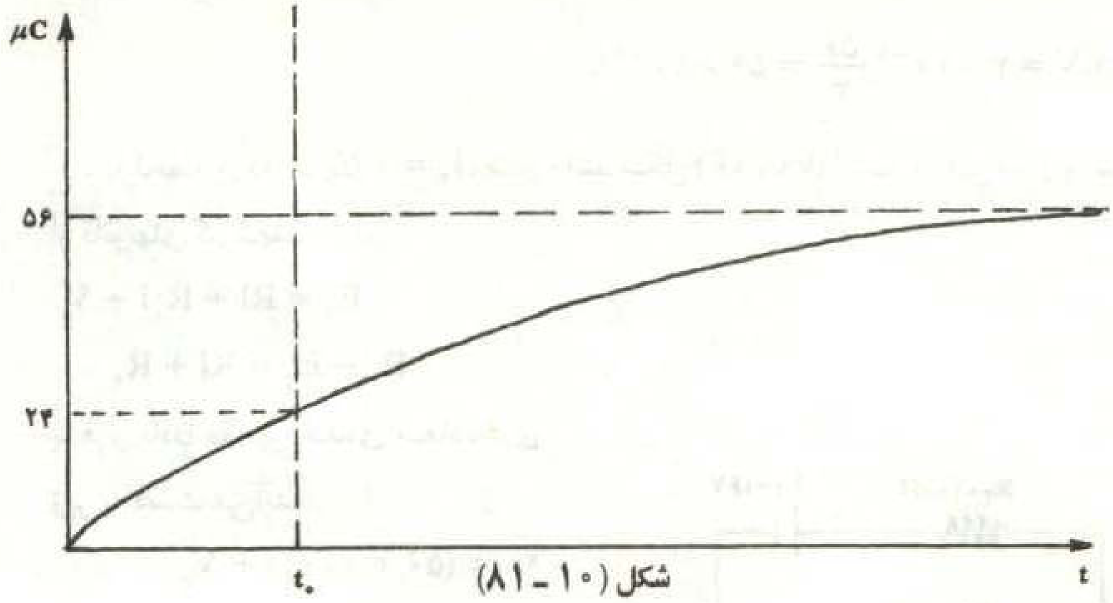


(شکل ۱۰ ـ ۷۹)

د ـ نمودار جریانها برحسب زمان درشکل (۱۰ ـ ۸۰) و بار Q برحسب زمان در شکل (۱۰ ـ ۸۱) رسم شده است.

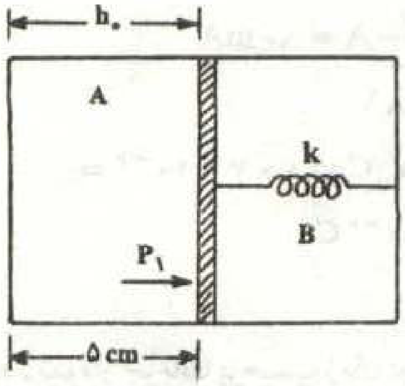


شکل (۱۰ ـ ۸۰)



شکل (۱۰ ـ ۸۱)

۵ ـ ظرف استوانه‌ای و پیستون در حالت افقی، در شکل (۱۰ ـ ۸۲) نشان داده شده است. چون پیستون در حالت تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. از طرف گاز و از طرف فنر بر پیستون نیرو وارد می‌شود. بر این اساس می‌توان نوشت:

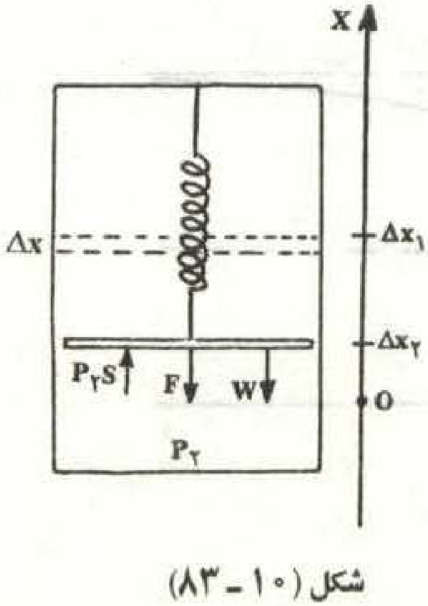


شکل (۱۰ ـ ۸۲)

$$P_1 S = k\Delta x_1 \qquad (1)$$

دررابطهٔ بالا Δx_1 کاهش طول فنر است، زیرا در این حالت فنر فشرده شده و طولش کم شده است و S سطح مقطع پیستون است.

هنگامی که ظرف استوانه‌ای را به آرامی به حالت قائم در می‌آوریم، ظرف مانند شکل (۱۰ ـ ۸۳) خواهد شد. با این کار قطعاً طول فنر نسبت به حالت قبلی زیادتر می‌شود. ممکن است افزایش طول فنر به حدی باشد که طول فنر از حالت عادی آن یعنی هنگامی که هیچ نیرویی به آن وارد نمی‌شود، زیادتر شود، یعنی فنر کشیده شود. ممکن است افزایش طول فنر



شکل (۱۰ ـ ۸۳)

کمتر از آن باشد که فنر را به طول عادی برساند، یعنی همچنان فنر فشرده باشد و فشردگی آن کمتر از حالت قبل باشد. هریک از دو حالت که اتفاق بیفتد، تأثیری در نتیجهٔ نهایی نخواهد داشت، زیرا در صورت اول نیرویی که فنر فشرده به پیستون وارد می‌کند رو به پایین و تغییر طول فنر مثبت است. در صورت دوم نیروی فنر کشیده شده رو به بالا و تغییر طول فنر منفی است.

بنابراین اگر رابطه‌ها با علائم درست جبری نوشته شوند، پاسخ درست مسأله به دست خواهد آمد. در کنار ظرف محور x را برای نشان دادن تغییرات طول فنر رسم کرده‌ایم و وضعیت پیستون را هنگامی که ظرف به صورت افقی قرار داشت، با خط‌چین نشان داده‌ایم. مبدأ مختصات روی محور را جایی گرفته‌ایم که انتهای فنر وقتی طول عادی دارد، قرار می‌گیرد. در این شکل فنر هنوز فشرده است و نیروی F رو به پایین را بر پیستون وارد می‌کند. کاهش حجم ظرف $S\,(\Delta x_1 - \Delta x_2)$ است و در این حالت نیز برآیند نیروهای وارد بر پیستون صفر است. داریم:

$$W + F = P_2 S$$

$$W + k\Delta x_2 = P_2 S \qquad (۲)$$

با استفاده از قانون گازهای کامل و با توجه به ثابت‌بودن دما داریم:

$$P_2\left[h_0 S - S\,(\Delta x_1 - \Delta x_2)\right] = P_1 S h_0$$

$$P_2\left[h_0 - (\Delta x_1 - \Delta x_2)\right] = P_1 h_0 \qquad (۳)$$

چون تغییر وضعیت پیستون در دو حالت افقی و قائم، یعنی $\Delta x_1 - \Delta x_2 = \alpha$ موردنظر است، معادله‌های (۱) و (۲) را از یکدیگر کم می‌کنیم و با معادله (۳) یک دستگاه دو معادله دو مجهولی به دست می‌آوریم. داریم:

$$k\,(\Delta x_1 - \Delta x_2) = k\alpha = S\,(P_1 - P_2) + W$$

$$P_2\,(h_0 - \alpha) = P_1 h_0$$

اکنون مقادیر معلوم را در دو معادلهٔ آخر قرار می‌دهیم.

$$۴۰۰\alpha = ۲ \times ۱۰^{-۲}\,(۱۰^{۳} - P_2) + ۳۰$$

$$P_2\,(۵ \times ۱۰^{-۲} - \alpha) = ۱۰^{۳} \times ۵ \times ۱۰^{-۲} = ۵۰$$

مقدار P_2 را از معادله دوم به دست آورده و در معادله اول قرار می‌دهیم.

$$P_2 = \frac{۵۰}{۵ \times ۱۰^{-۲} - \alpha}$$

$$400\alpha = 2\times 10^{-2}\left(10^{3} - \frac{50}{5\times 10^{-2} - \alpha}\right) + 30$$

با اندکی عملیات جبری معادله درجه دوم زیر حاصل می‌شود.

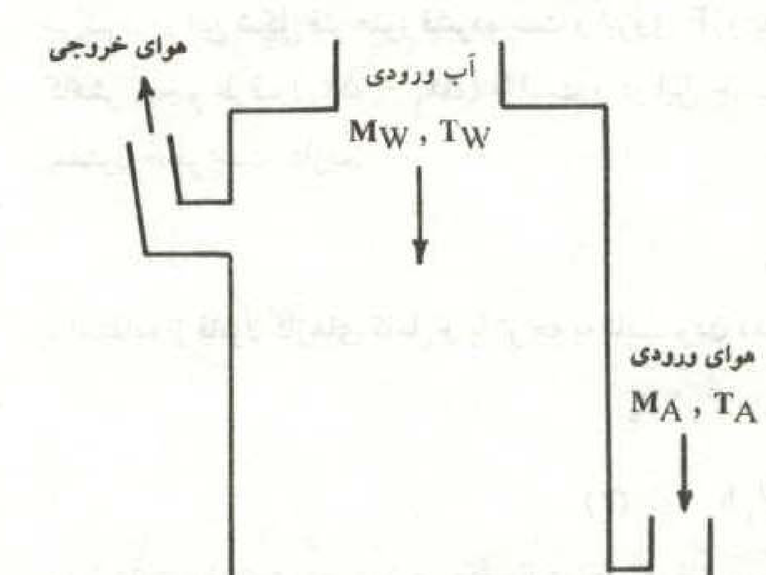
$$400\alpha^{2} - 70\alpha + 1/5 = 0$$

$$\alpha = \frac{35 \pm \sqrt{1225 - 600}}{400} = \frac{35 \pm 25}{400}$$

$$\alpha_1 = 0/1\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{cm} \qquad \alpha_2 = 0/025\,\mathrm{m} = 2/5\,\mathrm{cm}$$

آشکار است که α_1 قابل قبول نیست، زیرا تمام ارتفاع اولیه ظرف ۵cm بوده است، بنابراین پاسخ درست $\Delta x_1 - \Delta x_2 = 2/5\,\mathrm{cm} = 25\,\mathrm{mm}$ است.

۶ ـ محفظهٔ خنک کننده آب در شکل (۱۰ ـ ۸۴) نشان داده شده است. همراه هوای ورودی مقداری بخار آب با دمای T_A وارد محفظه شده و با دمای T_W که همان دمای آب ورودی است با هوا خارج می‌شود. آهنگ ورود بخار آب همراه هوای ورودی xm_A است. آهنگ خروج هوا با آهنگ ورود آن یکسان است، زیرا در حالتی که دستگاه به طور مستمر کار می‌کند، تفاوت آهنگ هوای ورودی و خروجی سبب خلأ و یا تراکم هوا در مخزن می‌شود که درست نیست. همراه هوای خروجی مقدار بخار که آن را اشباع کند وجود دارد و آهنگ خروج بخار از محفظه $x_V m_A$ است.



شکل (۱۰ ـ ۸۴)

الف ـ مقدار آبی که در واحد زمان بخار می‌شود، از تفاوت بخار آب همراه هوای ورودی و بخار آب همراه هوای خروجی به دست می‌آید. داریم:

$$m_V = x_V m_A - x m_A = m_A\,(x_V - x)$$

ب ـ در فرایند خنک‌شدن آب، گرمای گرفته و داده شده در واحد زمان به ترتیب زیر است:

i - آب به میزان m_V بخار می‌شود. دمای آب و بخار هر دو T_W است و گرمای لازم تنها برای تبخیر است.

$$Q_i = m_V L = m_A L\,(x_V - x)$$

ii - هوا به میزان m_A از دمای T_A در ورودی به دمای T_W در هوای خروجی می‌رسد.

$$Q_{ii} = m_A C_A\,(T_W - T_A)$$

iii - بخار آب همراه هوای ورودی به میزان $x m_A$، از دمای T_A در ورود به دمای T_W در خروجی می‌رسد.

$$Q_{iii} = x m_A C_W\,(T_W - T_A)$$

iv - آب به میزان $m_A - m_v$ از دمای T_W به دمای T_f می‌رسد. گرمای از دست داده چنین است:

$$Q_{iv} = (m_W - m_v)\,c_W\,(T_W - T_f)$$

با استفاده از قانون بقای انرژی داریم:

$$Q_i + Q_{ii} + Q_{iii} = Q_{iv}$$

$$m_A\,(x_v - x)\,L + m_A C_A\,(T_W - T_A) + x m_A C_W\,(T_W - T_A) =$$

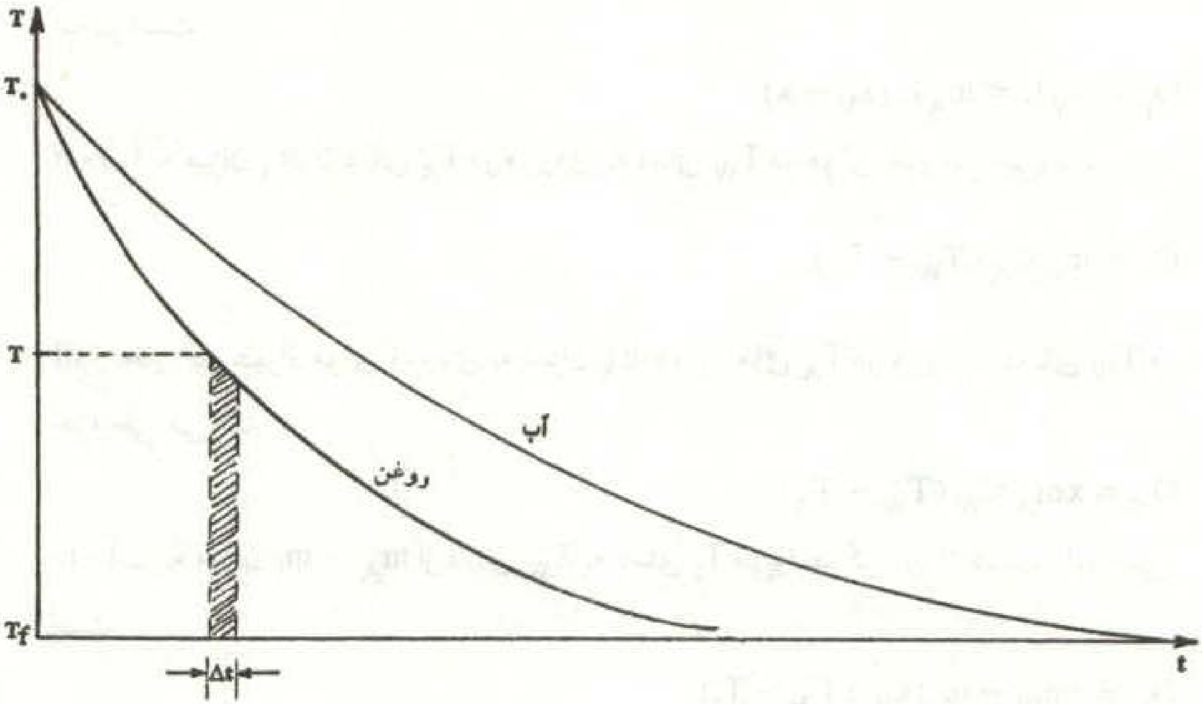
$$\left[m_W - m_A\,(x_v - x)\right] C_W\,(T_W - T_f)$$

$$T_f = T_W - \frac{m_A\left[L\,(x_v - x) + (C_A + xC_W)\,(T_W - T_A)\right]}{\left[m_W - m_A\,(x_v - x)\right] C_W}$$

ج ـ چون مقدار آبی که بخار می‌شود، نسبت به کل آب کم است، بنابراین از m_V در برابر m_W در گرمای Q_{iv} چشم می‌پوشیم. همچنین چون گرمای لازم برای تبخیر آب از گرمای لازم برای گرم کردن هوای ورودی (شامل هوای خشک و بخار آب همراه آن) بیشتر است، از گرمای Q_{ii} و Q_{iii} صرفنظر می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$T_f \simeq T_W - \frac{m_A L\,(x_v - x)}{m_W C_W}$$

۷ ـ نمودار تغییرات دمای آب و روغن بر حسب زمان در شکل (۱۰ ـ ۸۵) رسم شده است.



شکل (۱۰ ـ ۸۵)

آهنگ از دست دادن گرما در فاصلهٔ زمانی کوچک Δt، یعنی $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ با $(T - T_f)$ در آن فاصلهٔ زمانی کوچک متناسب است. رابطهٔ زیر این تناسب را بیان می‌کند:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = K\,(T - T_f)$$
$$\Delta Q = K\,(T - T_f)\,\Delta t$$

در رابطهٔ بالا K ضریب تناسب است که به شکل ظرف بستگی دارد.

الف ـ در یک لحظه دمای روغن T است. در فاصلهٔ زمانی Δt، گرمایی که روغن از دست می‌دهد با $(T - T_f)\,\Delta t$ متناسب است. از شکل (۱۰ ـ ۸۵) پیداست که این مقدار، با مساحت نواری به پهنای Δt و ارتفاع $(T - T_f)$ برابر است. اگر گرمایی را که روغن در زمانهای دیگر از دست می‌دهد به حساب آوریم، ملاحظه می‌شود که روغن هنگام سردشدن از دمای T تا دمای T_f، گرمایی را از دست می‌دهد که با مساحت زیر نمودار سردشدن روغن متناسب است. داریم:

$$Q_o = m_o C_o\,(T_\circ - T_f) = KS_o$$

در رابطهٔ بالا m_o جرم روغن، C_o ظرفیت گرمایی ویژه روغن و S_o مساحت زیر نمودار سردشدن روغن است. برای آب نیز می‌توان رابطهٔ زیر را نوشت:

$$Q_W = m_W C_W (T_\circ - T_f) = KS_W$$

چون ظرفها مشابه هستند و حجمهای مساوی آب و روغن به‌کار برده‌ایم، ضریب تناسب در هر دو یکسان است. از تقسیم دو رابطهٔ بر یکدیگر داریم:

$$\frac{\rho_o C_o}{\rho_W C_W} = \frac{S_o}{S_W}$$

$$C_o = \frac{S_o \rho_W C_W}{S_W \rho_o}$$

در این محاسبه باید ظرفیت گرمایی دو ظرف در مقابل ظرفیت گرمایی آب و روغن کم باشد اگر ظرف فلزی و سبک باشد، به راحتی می‌توان این شرایط را برقرار کرد.

مساحت زیر نمودار را می‌توان با شمارش مربعهای زیر نمودار به دست آورد و بقیه کمیتها معلوم هستند. اگر مقدار آنها را در رابطهٔ بالا قرار دهیم، ظرفیت گرمایی ویژهٔ روغن به ترتیب زیر به دست می‌آید.

$$C_o = \frac{۴۲ \times ۱۰۰۰ \times ۴۲۰۰}{۱۱۰ \times ۸۰۰} = ۲۰۰۴ \frac{J}{kg°C}$$

گرمای ویژهٔ روغن را به روش دیگری نیز می‌توان حساب کرد. گرمایی که هر کدام از روغن و یا آب در مدت کوتاه Δt از دست می‌دهند چنین است:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\rho V C \Delta T}{\Delta t} = \rho V C \frac{\Delta T}{\Delta t} = K(T - T_f)$$

در رابطهٔ بالا $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ شیب نمودار تغییرات دما بر حسب زمان است که می‌توان از روی نمودار سردشدن برای آب و روغن در هر دمایی آن را به دست آورد. از تقسیم دو رابطه‌ای که جداگانه برای آب و روغن می‌نویسیم داریم:

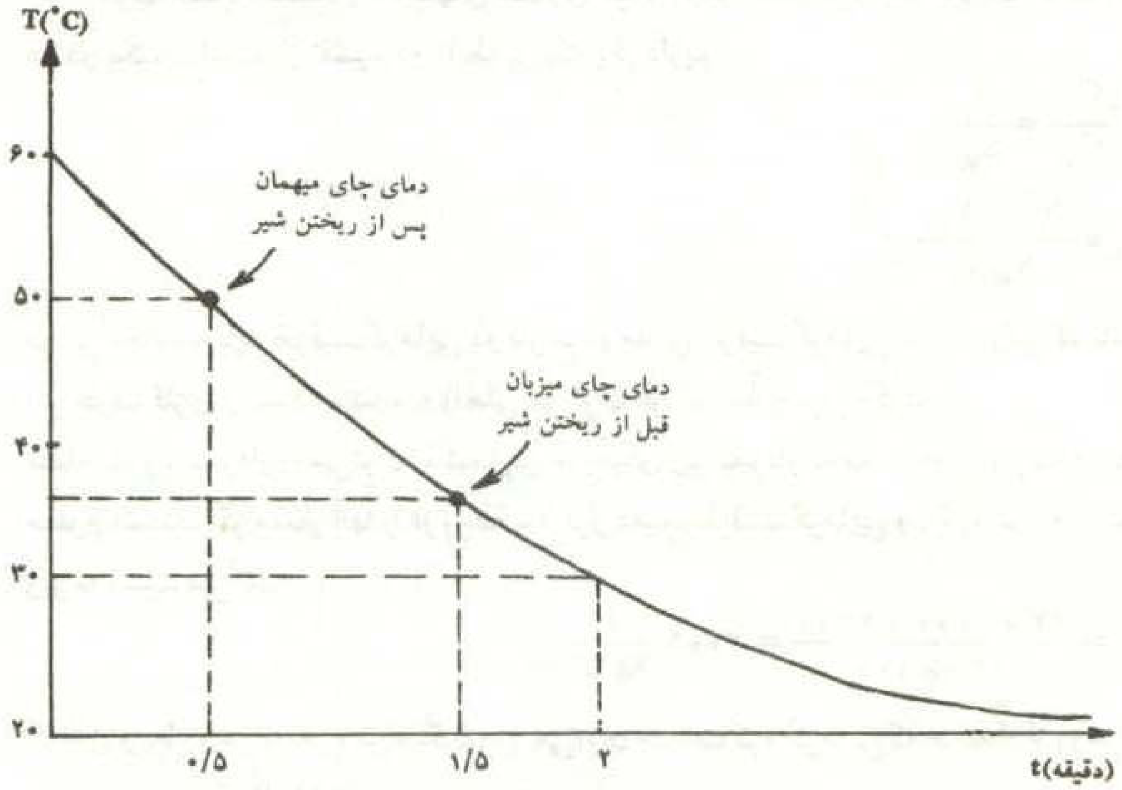
$$\frac{\rho_o C_o \frac{\Delta T_o}{\Delta t}}{\rho_W C_W \frac{\Delta T_W}{\Delta t}} = ۱ \qquad C_O = \frac{\rho_W C_W \frac{\Delta T_W}{\Delta t}}{\frac{\rho_o \Delta T_o}{\Delta t}}$$

اگر شیب نمودار سردشدن آب و روغن را در یک دمای معیّن به دست آوریم، داریم:

$$C_o = \frac{۱۰۰۰ \times ۴۲۰۰ \times ۰/۵}{۸۰۰ \times \frac{۴}{۳}} = ۱۹۶۸ \frac{J}{kg°C}$$

علت تفاوت دو عدد که البته چندان زیاد نیست، عدم امکان محاسبه دقیق مساحت زیر نمودار با شمردن مربعها و نیز غیردقیق بودن اندازه‌گیری شیب نمودار به کمک مربعها است.

ب ـ نمودار سردشدن فنجان چای در شکل (۱۰ ـ ۸۶) نشان داده شده است.



شکل (۱۰ ـ ۸۶)

میهمان با ریختن شیر سرد در چای، دمای آن را پایین می‌آورد. دمای چای پس از ریختن شیر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$C_T (T_\circ - T) = C_M (T - \circ)$$

در رابطهٔ بالا C_M و C_T ظرفیت گرمایی ویژهٔ شیر و چای است.

$$C_T (۶\circ - T) = \circ/۲ C_T (T - \circ)$$

$$T = \frac{۶\circ}{۱/۲} = ۵\circ °C$$

بنابراین می‌توان فرض کرد چای میهمان از دمای $۵\circ °C$ سرد می‌شود. با استفاده از نمودار دمای چای وی پس از ۱/۵ دقیقه $۳۲°C$ به دست می‌آید.

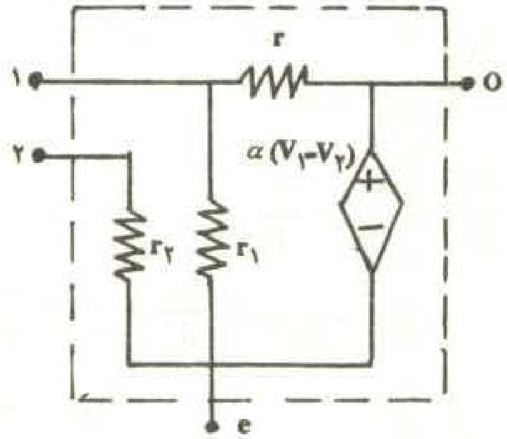
ج ـ چای میزبان از همان دمای اولیه $۶\circ °C$ سرد می‌شود. از روی نمودار دمای چای وی پس از ۱/۵ دقیقه $۳۶°C$ به دست می‌آید. ریختن شیر در چای سبب کاهش دما می‌شود که از

رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

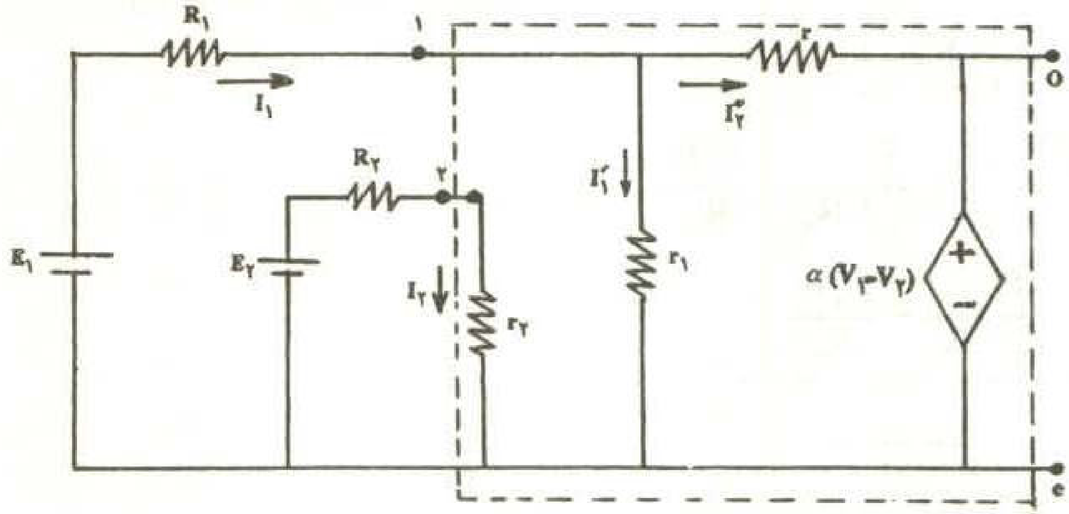
$$C_T(۳۶ - T') = ۰/۲\,C_T(T' - ۰)$$

$$T' = \frac{۳۶}{۱/۲} = ۳۰°C$$

۸ـ تقویت کننده و مدار مورد نظر به ترتیب در شکلهای (۱۰ـ۸۷) و (۱۰ـ۸۸) رسم شده است.



شکل (۱۰ـ۸۷)



شکل (۱۰ـ۸۸)

در این مسأله باید $V_o - V_e$ را محاسبه کنیم. اگر V_e را صفر به حساب آوریم، منظور از پتانسیل هر نقطه، مثلاً $V_۱$، در حقیقت $V_۱ - V_e$ است. در این صورت در پاسخ مسأله می‌توان V_o را حساب کرد.

الف ـ با استفاده از شکل (۱۰ ـ ۸۸) داریم:

$$I_2 = \frac{E_2}{r_2 + R_2} \Rightarrow V_2 = I_2 r_2 = \frac{E_2 r_2}{r_2 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{E_1 - V_1}{R_1} \qquad I'_1 = \frac{V_1 - 0}{r_1} \qquad I''_1 = \frac{V_1 - V_o}{r}$$

از شکل پیداست که $I_1 = I'_1 + I''_1$. پس داریم:

$$\frac{E_1 - V_1}{R_1} = \frac{V_1}{r_1} + \frac{V_1 - V_o}{r}$$

$$V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{V_o}{r} = \frac{V_1}{R}$$

در رابطهٔ بالا به جای $\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1}$ مقدار $\frac{1}{R}$ گذارده‌ایم:

از تقویت‌کننده برای V_o داریم:

$$V_o = \alpha (V_1 - V_2) \Rightarrow V_1 = \frac{V_o}{\alpha} + V_2$$

اگر مقدار V_1 را از رابطهٔ اخیر، در رابطهٔ قبلی قرار دهیم و به جای V_2 نیز مقداری راکه قبلاً به دست آوردیم بگذاریم، نتیجه می‌شود:

$$R\left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{V_o}{r}\right) = \frac{V_o}{\alpha} + V_2$$

$$V_o\left(\frac{R}{r} - \frac{1}{\alpha}\right) = \frac{E_2 r_2}{r_2 + R_2} - \frac{E_1 R}{R_1}$$

$$V_o = \frac{\dfrac{E_2 r_2}{r_2 + R_2} - \dfrac{E_1 R}{R_1}}{\dfrac{R}{r} - \dfrac{1}{\alpha}}$$

پ ـ در حالت حدی، $\alpha \longrightarrow \infty$ از آخرین رابطهٔ مقدار زیر برای V_o به دست می‌آید.

$$V_o = \frac{r\left(\dfrac{E_2 r_2}{r_2 + R_2} - \dfrac{E_1 R}{R_1}\right)}{R}$$