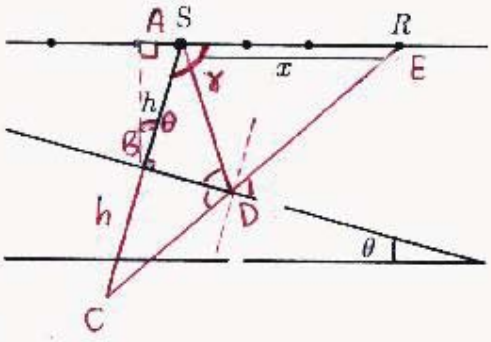
۱) زمین‌شناسان برای بررسی لایه‌های مختلف زمین، منبع موجی در یک نقطه روی سطح زمین قرار می‌دهند. موج ارسال شده توسط این منبع به داخل زمین نفوذ کرده و پس از انعکاس از مرز بین دو ناحیه‌ی مختلف داخل زمین، با گیرنده‌های متعددی که با فاصله‌های مختلف از منبع روی سطح زمین و در دو طرف آن قرار دارند دریافت می‌شود.

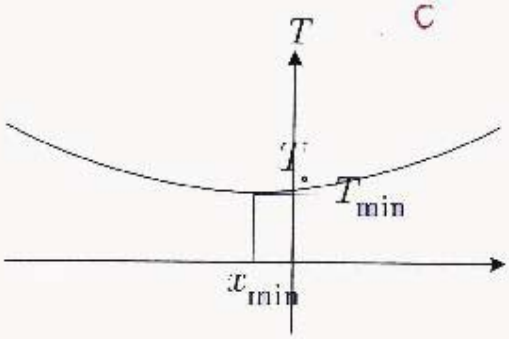
مطابق شکل، منبع S و گیرنده‌ی R روی سطح زمین قرار دارند. فرض کنید فاصله‌ی گیرنده‌ی R از منبع x باشد و مرز بین دو ناحیه در داخل زمین با افق زاویه‌ی θ می‌سازد. فاصله‌ی منبع تا مرز بین دو ناحیه را h بگیرید. وقتی در نقطه‌ی S انفجاری رخ می‌دهد، موج حاصل از آن پس از انعکاس از مرز بین دو ناحیه در داخل زمین، در زمان T پس از انفجار به گیرنده می‌رسد. اگر سرعت موج در این لایه از زمین v باشد



$\gamma = 90 + \theta$

آ) T را بر حسب x، h، θ و v به دست آورید.

ب) در یک آزمایش، زمان رسیدن امواج به گیرنده‌ها بر حسب فاصله‌شان از منبع به صورت شکل مقابل به دست آمده است. مقدارهای h، θ و v را بر حسب T_0، $T_{\min}$ و $x_{\min}$ به دست آورید.



پ) در یک آزمایش خاص مقادیر $T_0 = ۳/۰\ \mathrm{s}$، $T_{\min} = ۲/۴\ \mathrm{s}$ و $x_{\min} = -۳/۶\ \mathrm{km}$ به دست آمده‌اند. مقادیر عددی h، $\cos\theta$ و v را به دست آورید.

(نوشتن پاسخ را از صفحه بعد آغاز کنید چنانچه در این صفحه چیزی بنویسید تصحیح نخواهد شد.)

ادامه پاسخ سوال ۱ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

$T = \frac{AD+DE}{v} = \frac{CE}{v}$ $\quad AD=CD$ (۳

$(CE)^2 = (2h)^2 + x^2 - 4hx\cos\gamma$, $\gamma = 90+\theta$

$T = \frac{1}{v}\sqrt{4h^2+x^2+4hx\sin\theta} \overset{ب}{=} \frac{1}{v}\sqrt{(x+2h\sin\theta)^2+4h^2\cos^2\theta}$

$T|_{x=0} = T_0 = \frac{2h}{v}$, $x_{min} = -2h\sin\theta$, $T_{min} = \frac{2h\cos\theta}{v}$ (ب

(۱) (۲) (۳)

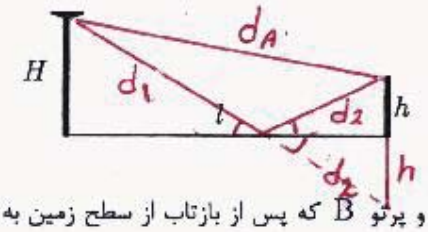
(۱), (۳) $\Rightarrow$ $\cos\theta = \frac{T_{min}}{T_0}$ ، $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{T_{min}}{T_0}\right)$ (۴)

(۲), (۴) $\Rightarrow h = -\frac{x_{min}}{2\sqrt{1-\left(\frac{T_{min}}{T_0}\right)^2}}$ (۵)

(۱), (۵) $\Rightarrow v = -\frac{x_{min}}{\sqrt{T_0^2 - T_{min}^2}}$

پ) $h = 3\,km$, $\cos\theta = 0.8$, $v = 2\ km/s$

۲) یک فرستنده‌ی مخابراتی در ارتفاع H از سطح زمین در نظر بگیرید که به فاصله‌ی افقی l از یک گیرنده که در ارتفاع h از سطح زمین است، قرار دارد. فرستنده امواجی را با طول موج λ، در همه‌ی جهت‌ها ارسال می‌کند. دو پرتو از فرستنده به گیرنده می‌رسد: پرتو A که مستقیماً از فرستنده به گیرنده می‌رسد، و پرتو B که پس از بازتاب از سطح زمین به گیرنده می‌رسد. طول مسیری را که دو پرتو طی می‌کنند، به ترتیب با d_A و d_B نشان می‌دهیم.



آ) d_A و d_B را بر حسب داده‌های مسئله به دست آورید.

ب) عبارت‌های به دست آمده در بخش آ) برای d_A و d_B را با فرض آن که l از H و h خیلی بزرگ‌تر است ساده کنید. (می‌توانید از تقریب $(1+\varepsilon)^r \approx 1+r\varepsilon$ برای ε کوچک استفاده کنید.)

پ) با در نظر گرفتن این که فاز پرتو بازتابی در هنگام بازتاب به اندازه‌ی π تغییر می‌کند، اختلاف فاز بین پرتوهای A و B را در محل گیرنده محاسبه کنید.

ت) با فرض این‌که دامنه‌ی هر دو پرتو در محل گیرنده برابر با E باشد، دامنه‌ی برآیند دو موج را در محل گیرنده به دست آورید و عبارت به دست آمده را با فرض آن که Hh از $l\lambda$ خیلی کوچک‌تر است حساب کنید. (می‌توانید از تقریب $\sin\varepsilon \approx \varepsilon$ برای ε کوچک استفاده کنید.)

ث) دامنه‌ی هر دو پرتو در محل فرستنده E_0 است. با دور شدن از فرستنده دامنه کاهش می‌یابد، به طوری که در فاصله‌ی l از فرستنده، دامنه با $\frac{1}{l}$ متناسب است. شدت موج دریافت شده توسط این گیرنده با l^α متناسب می‌باشد. α چه قدر است؟ (شدت موج دریافتی با مجذور دامنه‌ی نهایی نوسان متناسب می‌باشد.)

ادامه پاسخ سوال ۲ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

(آ

$$d_A = \sqrt{\ell^2 + (H-h)^2}$$

طبق شکل $d_1 + d_2 = d_B \Rightarrow d_B = \sqrt{\ell^2 + (H+h)^2}$

(ب

$$d_A = \ell\sqrt{1+\left(\frac{H-h}{\ell}\right)^2} \approx \ell + \frac{1}{2}\frac{(H-h)^2}{\ell}$$

$$d_B = \ell\sqrt{1+\left(\frac{H+h}{\ell}\right)^2} \approx \ell + \frac{1}{2}\frac{(H+h)^2}{\ell}$$

(پ

$$\varphi_B - \varphi_A = \Delta\phi = 2\pi\frac{d_B - d_A}{\lambda} + \pi$$

$$\Delta\phi = \pi\left(\frac{4Hh}{\ell\lambda} + 1\right)$$

(ت

$$E\cos(\omega t + \varphi_A) + E\cos(\omega t + \varphi_B) = 2E\cos\left(\frac{\varphi_B - \varphi_A}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}\right)$$

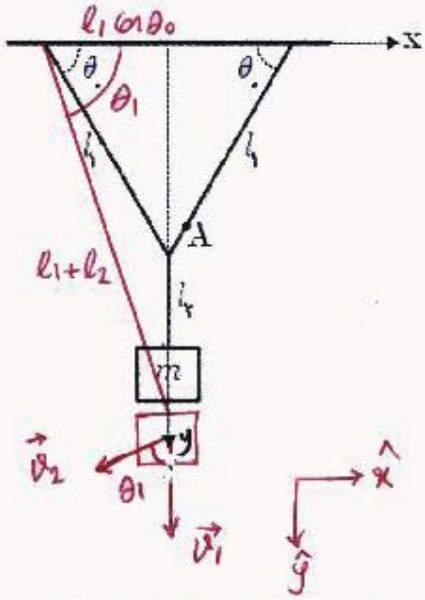
موج حاصل دارای دامنه $E' = 2E\cos\left(\frac{\varphi_B - \varphi_A}{2}\right)$

$$E' = 2E\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2Hh\pi}{\ell\lambda}\right) = -2E\sin\left(\frac{2Hh\pi}{\ell\lambda}\right)$$

$$|E'| \approx \frac{4Hh\pi E}{\ell\lambda}$$ به‌ازای $\ell\lambda \gg Hh$

(ث

$$I \propto |E'|^2 \propto \frac{E^2}{\ell^2}, \quad E \propto \frac{E_0}{\ell} \Rightarrow I \propto \frac{E_0^2}{\ell^4} \Rightarrow \alpha = -4$$



۳) جسم کوچکی به جرم m مطابق شکل توسط نخ‌هایی به جرم ناچیز از سقف آویزان شده است. در لحظه‌ی $t = 0$ نخ سمت راست از نقطه‌ی A بریده می‌شود. نخ متصل به جسم در بازه‌ی زمانی $0 \le t < t_1$ شُل است. محورهای مختصات، طول نخ‌ها و زاویه‌ی θ_0 در شکل مشخص شده است.

آ) مختصات جسم را در لحظه‌ی $t = t_1$ بر حسب l_1، l_2 و θ_0 به دست آورید.

ب) زمان t_1 را بر حسب l_1، l_2، θ_0 و g حساب کنید.

پ) بردار سرعت جسم درست قبل از لحظه‌ی $t = t_1$ را با $\vec{v}_1$ نمایش می‌دهیم. مؤلفه‌های $\vec{v}_1$ را در دستگاه مختصات x-y به دست آورید.

ت) فرض کنید در زمان بسیار کوتاه Δt که از t_1 خیلی کوچک‌تر است، سرعت جسم در امتداد نخ صفر شود و مؤلفه‌ی سرعت در جهت عمود بر نخ بدون تغییر می‌ماند. بردار سرعت جسم بعد از این تغییر را با $\vec{v}_2$ نمایش می‌دهیم. مؤلفه‌های $\vec{v}_2$ را در دستگاه مختصات x-y به دست آورید.

ث) نیروی برآیند وارد شده به جسم را در بازه‌ی زمانی Δt تقریباً ثابت فرض می‌کنیم. اندازه‌ی این نیرو را به دست آورید.

ادامه پاسخ سوال ۳ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

آ) در بازه‌ی زمانی $0 \le t < t_1$ نخ به جسم نیروی وارد نمی‌کند و تنها نیروی وارد شده، نیروی وزن است. بنابراین در مدت جسم سقوط آزاد می‌کند و مختصر افقی جسم ثابت می‌ماند. مطابق شکل:

در لحظه t_1: $x_1 = 0$ ، $y_1 = \sqrt{(l_1+l_2)^2 - l_1^2\cos^2\theta_0}$

ب)
$$y\big|_{t=t_1} - y\big|_{t=0} = \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2}{g}\left[\sqrt{(l_1+l_2)^2 - l_1^2\cos^2\theta_0} - (l_1\sin\theta_0 + l_2)\right]}$$

پ)
$$\vec{v}_1 = \vec{g}t_1 \Rightarrow \vec{v}_1 = \sqrt{2g\left[\sqrt{(l_1+l_2)^2 - l_1^2\cos^2\theta_0} - (l_1\sin\theta_0 + l_2)\right]}\,\hat{y}$$

ت)
$$\vec{v}_2 = v_1\cos\theta_1\left(-\sin\theta_1\,\hat{x} + \cos\theta_1\,\hat{y}\right)$$

مطابق شکل:
$$l_1\cos\theta_0 = (l_1+l_2)\cos\theta_1$$

و در نتیجه
$$\sin\theta_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{l_1}{l_1+l_2}\right)^2\cos^2\theta_0}$$

$$\vec{v}_2 = \sqrt{2g\left[\sqrt{(l_1+l_2)^2 - l_1^2\cos^2\theta_0} - (l_1\sin\theta_0 + l_2)\right]}\,\frac{l_1\cos\theta_0}{(l_1+l_2)^2}\left(-\sqrt{(l_1+l_2)^2 - l_1^2\cos^2\theta_0}\,\hat{x} + l_1\cos\theta_0\,\hat{y}\right)$$

ث)
$$\vec{F} = \frac{m}{\Delta t}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \frac{mv_1}{\Delta t}\sin\theta_1\left(-\cos\theta_1\,\hat{x} - \sin\theta_1\,\hat{y}\right)$$

$$F = \frac{mv_1}{\Delta t}\sin\theta_1$$

$$F = \frac{m}{\Delta t}\sqrt{2g\left[\sqrt{(l_1+l_2)^2 - l_1^2\cos^2\theta_0} - (l_1\sin\theta_0 + l_2)\right]}\sqrt{1 - \left(\frac{l_1}{l_1+l_2}\right)^2\cos^2\theta_0}$$

۴) الکترونی با بار $-e$ و جرم m تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت B در جهت مثبت محور z قرار دارد. بر اثر نیروی وارد شده از طرف میدان مغناطیسی، الکترون بر روی دایره‌ای در صفحه‌ی x-y می‌چرخد. از طرفی بنا بر مکانیک کوانتومی رابطه‌ی زیر بین شعاع چرخش، R و سرعت الکترون، v برقرار است

$$\pi m v R = n h,$$

که در آن n عددی طبیعی و h ثابت پلانک است. کلیه‌ی کمیت‌های خواسته شده در بخش‌های ب) تا ث) مسئله را بر حسب m ،B ،e ، h و n بنویسید.

آ) در صفحه‌ی x-y، دایره‌ی مسیر الکترون را بکشید و جهت حرکت الکترون را با علامت پیکان روی آن مشخص کنید.

ب) شعاع دوران را به دست آورید.

پ) سرعت الکترون را به دست آورید.

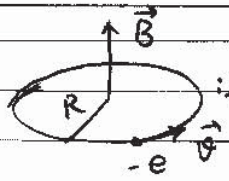
ت) انرژی جنبشی الکترون را به دست آورید.

ث) شار مغناطیسی گذرنده از مدار حرکت الکترون را به دست آورید.

ج) با استفاده از مقادیر عددی $h = ۶/۶ \times ۱۰^{-۳۴}$ J.s و $e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$ C کم‌ترین مقدار شار مغناطیسی گذرنده از مدار الکترون را حساب کنید.

چ) با استفاده از مقادیر عددی $B = ۰/۱۰$ T، $m = ۹/۱ \times ۱۰^{-۳۱}$ kg و $e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$ C اندازه‌ی کوچک‌ترین بسامد فوتون تابش شده بین حالت‌های کوانتومی را حساب کنید.

ادامه پاسخ سوال ۴ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد



آ) برای تأمین نیروی جانب مرکز طبق معادله $\vec{F} = -e\vec{v}\times\vec{B}$ باید:

ب) $ev B = \frac{mv^2}{R}$ ، $\pi m v R = nh \Rightarrow R = \sqrt{\frac{nh}{\pi eB}}$

ب) $v = \sqrt{\frac{nheB}{\pi m^2}}$

ت) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{nheB}{2\pi m}$

ث) $\Phi_B = \pi R^2 B = \frac{nh}{e}$

ج) به ازای $n=1$: $\Phi_{B\,min} = \frac{h}{e} = 4.1\times10^{-15}\ Wb$

چ) $\Delta E = h\nu$

کمینه ν متناظر با کمینه ΔE است. اگر گذار بین دو حالت متوالی $n+1$ و n رخ دهد ΔE کمینه خواهد شد

$\Delta E_{min} = \frac{heB}{2\pi m}$

و بنابراین

$\nu_{min} = \frac{eB}{2\pi m} = 2.8\times10^{9}\ Hz$

۵) فرض کنید هوای اطراف زمین گاز کامل است و در ارتفاع دلخواهی مانند h از سطح زمین رابطه‌ی بین دمای جو، $T(h)$ و فشار جو $P(h)$ به صورت

$$P(h)T(h)^{-\frac{۷}{۲}} = \text{ثابت}$$

است.

آ) اگر در اثر تغییرات جزئی ارتفاع به اندازه‌ی Δh، فشار و دما به ترتیب به اندازه‌ی جزئی ΔP و ΔT تغییر کنند رابطه‌ای به صورت

$$\frac{\Delta P}{\Delta h} = f(P, T)\frac{\Delta T}{\Delta h}$$

بین این کمیت‌ها برقرار است. $f(P, T)$ را به دست آورید.

ب) با استفاده از شرط تعادل نیروها برای یک لایه جو در ارتفاع h و به ضخامت Δh کمیت $T(h)$ را بر حسب M جرم مولی هوا، g شتاب گرانش، R ثابت عمومی گازها و $T_۰$ دما در سطح زمین به دست آورید.

پ) کمیت $P(h)$ را بر حسب کمیت‌های مذکور در بخش ب) و $P_۰$ فشار در سطح زمین به دست آورید.

ت) به ازای هر یک کیلومتر بالا رفتن از سطح زمین دمای جو چند درجه سانتیگراد کم می‌شود؟ در نظر بگیرید، $M = ۲۹\ \text{g/mol}$ ، $R = ۸/۳\ \text{J/mol.K}$ ، $g = ۹/۸\ \text{m/s}^۲$ و $T_۰ = ۳۰۰\ \text{K}$.

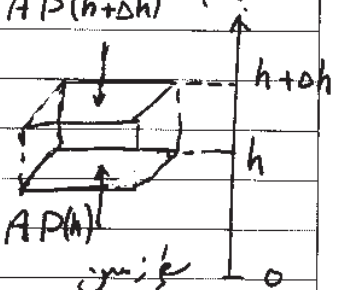
ث) در این مدل ضخامت جو چند کیلومتر است؟

ادامه پاسخ سوال ۵ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

$$\Delta\left(PT^{\frac{-7}{2}}\right)=0 \Rightarrow \Delta P\,T^{\frac{-7}{2}} - \frac{7}{2}PT^{\frac{-9}{2}}\Delta T=0 \quad (\text{ت})$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta h}=\frac{7}{2}\frac{P}{T}\frac{\Delta T}{\Delta h} \Rightarrow f(P,T)=\frac{7}{2}\frac{P}{T} \qquad (1)$$

(ب) شرط تعادل نیروها: $A\,P(h) - A\,P(h+\Delta h) = \Delta m\, g$



$$PV=nRT \Rightarrow P\,A\Delta h = \frac{\Delta m}{M}RT \quad ,$$

از دو معادله فوق:

$$P(h+\Delta h)-P(h) = -\frac{M P \Delta h\, g}{RT} \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta h} = -\frac{Mg}{R}\frac{P}{T} \qquad (2)$$

با قرار دادن (۲) در (۱):

$$\frac{\Delta T}{\Delta h} = -\frac{2}{7}\frac{Mg}{R}$$

$$\frac{T(h)-T_0}{h-0} = -\frac{2}{7}\frac{Mg}{R} \Rightarrow T(h) = T_0 - \frac{2}{7}\frac{Mg}{R}h$$

(پ)

$$P(h)\,T(h)^{\frac{-7}{2}} = P_0 T_0^{\frac{-7}{2}} \Rightarrow P(h) = P_0\left(1-\frac{2}{7}\frac{Mg}{RT_0}h\right)^{\frac{7}{2}}$$

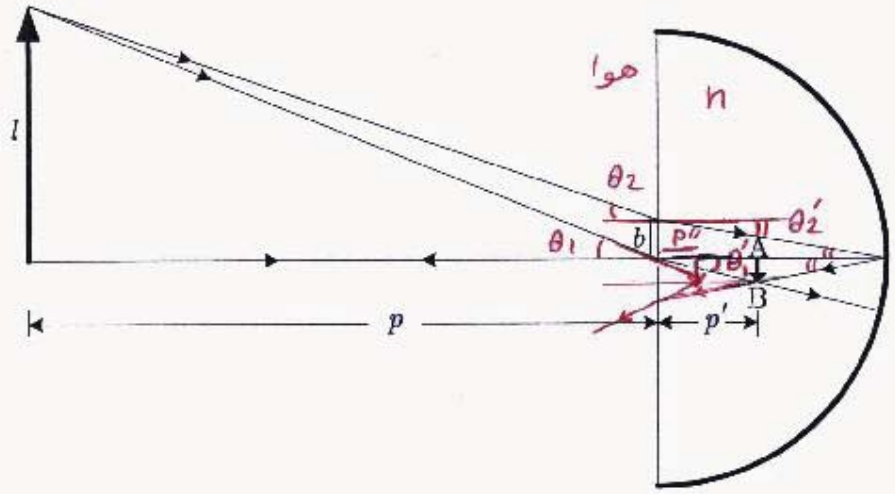
(ت)

$$-\frac{\Delta T}{\Delta h} = 9.8\ \frac{K}{km}$$

(ث) در ارتفاع $h=H$ جو است، لذا $P(H)=0$

$$H = \frac{7}{2}\frac{RT_0}{Mg} = 30.7\ km$$

۶) یک نیم‌کره‌ی شیشه‌ای توپُر با ضریب شکست n و شعاع r در نظر بگیرید که سطح کروی بیرونی آن نقره اندود شده و در هوا با ضریب شکست یک قرار دارد. مطابق شکل جسمی به طول l به فاصله‌ی p از سطح تخت نیم‌کره و موازی آن قرار دارد. نور تابیده شده از جسم به نیم‌کره از سطح تخت وارد نیم‌کره می‌شود و از سطح کروی که مانند آینه عمل می‌کند باز می‌تابد.



با در نظر گرفتن پرتوهای رسم شده در شکل، نمادهای معرفی شده و $AB=l'$،

آ) نسبت $\frac{l'}{p'}$ را بر حسب $\frac{l}{p}$ و n به دست آورید.

ب) طول b را به عنوان تابعی از l'، p' و r به دست آورید.

در ادامه‌ی مسئله فرض کنید p از l خیلی بزرگ‌تر است.

پ) l' و p' را بر حسب l، p، r و n به دست آورید.

ت) با ادامه دادن پرتوها تصویر نهایی به دست می‌آید. فاصله‌ی تصویر نهایی از سطح تخت را بر حسب l، p، r و n به دست آورید.

ث) اندازه‌ی تصویر نهایی را بر حسب l، p، r و n به دست آورید.

راهنمایی: اگر ε بسیار کوچک باشد می‌توان نوشت: $\frac{1}{1\pm\varepsilon}\approx 1\mp\varepsilon$ و $\sin\varepsilon\approx\tan\varepsilon\approx\varepsilon$.

(نوشتن پاسخ را از صفحه بعد آغاز کنید چنانچه در این صفحه چیزی بنویسید تصحیح نخواهد شد.)

ادامه پاسخ سوال ۶ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

آ)
$$\sin\theta_1 = n\sin\theta_1' \Rightarrow \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2+p^2}} = \frac{n\ell'}{\sqrt{\ell'^2+p'^2}} \Rightarrow \frac{\ell'}{p'} = \frac{\frac{\ell}{p}}{\sqrt{(n^2-1)\frac{\ell^2}{p^2}+n^2}} \quad (1)$$

ب)
$$\sin\theta_2' = \frac{b}{\sqrt{b^2+r^2}} = \frac{\ell'}{\sqrt{(r-p')^2+\ell'^2}} \Rightarrow b = \frac{\ell' r}{r-p'} \quad (2)$$

پ)
$$\sin\theta_2 = n\sin\theta_2' \Rightarrow \frac{\ell-b}{\sqrt{(\ell-b)^2+p^2}} = \frac{nb}{\sqrt{b^2+r^2}}$$

$$\Downarrow \frac{\frac{\ell-b}{p}}{\sqrt{(n^2-1)\frac{(\ell-b)^2}{p^2}+n^2}} = \frac{b}{r} \quad (3)$$

در شرایطی که $\frac{\ell}{p} \ll 1$:

$$(1) \Rightarrow \frac{\ell'}{p'} \approx \frac{1}{n}\frac{\ell}{p} \quad (4), \qquad (3) \Rightarrow \frac{b}{r} \approx \frac{1}{n}\frac{\ell-b}{p} \quad (5)$$

از معادلات (۲) و (۴) و (۵)

$$p' = \frac{nrp}{r+2np}, \quad \ell' = \frac{r\ell}{r+2np}$$

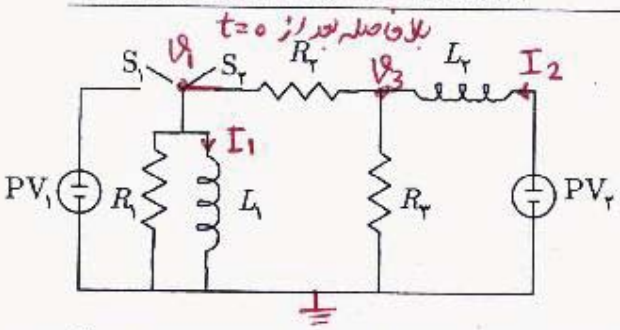
ت) اگر فاصله AB از سطح تخت p' باشد، تصویر نهایی در عمق ظاهری p'' به نظری باشد

$$p'' \approx \frac{1}{h}p' = \frac{rp}{r+2np}$$

یعنی

ث) تصویر نهایی با ℓ' برابر است، یعنی برابر است با $\frac{r\ell}{r+2np}$.

۷) از دو سلول خورشیدی مشابه PV_1 و PV_2 در مدار شکل روبه‌رو به عنوان منبع نیروی محرکه استفاده شده است. منحنی ولتاژ بر حسب عکس جریان برای این نوع سلول خورشیدی در شکل زیر نشان داده شده است. در ابتدا، برای مدت زمانی طولانی، کلید S_1 بسته و کلید S_2 باز است. در لحظه‌ی $t = 0$، کلید S_1 باز می‌شود و کلید S_2 بسته می‌شود.

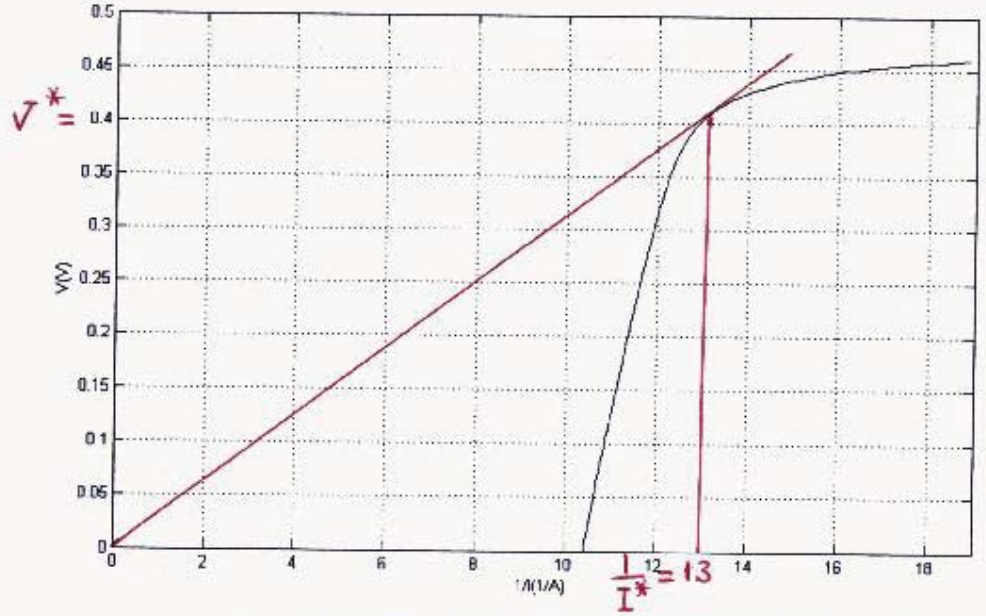


آ) مقدار عددی مقاومت R_3 را طوری تعیین کنید که توان تلف شده در آن، کمی قبل از لحظه‌ی $t = 0$، بیش‌ترین مقدار ممکن باشد.

در ادامه‌ی مسئله فرض کنید $R_1 = R_2 = R_3$ و مقدار عددی R_3 همان است که در قسمت آ) به دست آمد.

ب) مقدار عددی جریان‌های I_1 و I_2 که به ترتیب از خودالقاهای L_1 و L_2 می‌گذرند را کمی قبل از لحظه‌ی $t = 0$ به دست آورید.

پ) مقدار عددی ولتاژ دو سر مقاومت‌های R_1 و R_3 را بلافاصله بعد از لحظه‌ی $t = 0$ به دست آورید.



(نوشتن پاسخ را از صفحه بعد آغاز کنید چنانچه در این صفحه چیزی بنویسید تصحیح نخواهد شد.)

ادامه پاسخ سوال ۷ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

آ) کمی قبل از $t=0$ جریان گذرنده از L_2 ثابت بوده و اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر است و در نتیجه ولتاژ و جریان گذرنده از R_3 با ولتاژ و جریان گذرنده از PV_2 برابر است. در نتیجه توان مصرف شده در R_3 با توان تولید شده در PV_2 برابر است.

توجه کنید که منحنی های توان ثابت $P=VI$ خطوطی هستند که در صفر $V=\frac{1}{I}$ از مبدأ می گذرند و بدان این که بیشینه P را به دست آوریم از مبدأ خطی بر منحنی عمود می کنیم.

مطابق شکل: $\frac{1}{I^*}=13\left(\frac{1}{A}\right)$ ، $V^*=0.9\,V \Rightarrow R_3=\frac{V^*}{I^*}=5.2\,\Omega$

$I_2=I^*=77\,mA$

ب)

$$V_{L_1}=0 \Rightarrow V_{PV_1}=0 \Rightarrow I_{R_1}=0 \Rightarrow I_1=I_{L_1}=I_{PV_1}\Big|_{PV_1=0}=\frac{1}{10.4}A=96\,mA$$

پ) جریان های گذرنده از خودالقاها به صورت ناگهانی تغییر نمی کنند (چرا؟). بنابراین جریان های گذرنده از آن ها درست بعد از $t=0$، برابر است با جریان گذرنده از آن ها درست قبل از این لحظه.

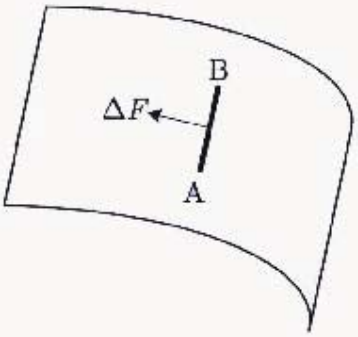
$$\begin{cases}\frac{\vartheta_1}{R_1}+\frac{\vartheta_1-\vartheta_3}{R_2}+I_1=0 \\ \frac{\vartheta_3}{R_3}+\frac{\vartheta_3-\vartheta_1}{R_2}=I_2\end{cases} \xrightarrow{R_1=R_2=R_3}$$

$$\vartheta_1=\frac{R_3}{3}(I_2-2I_1)=-0.20\,V$$

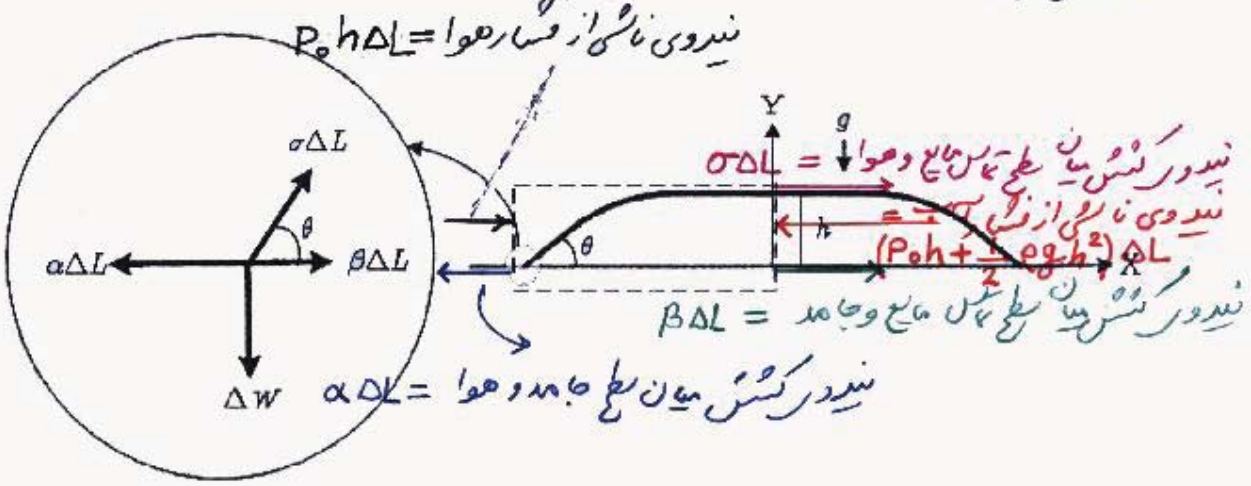
$$\vartheta_3=\frac{R_3}{3}(2I_2-I_1)=0.10\,V$$

۸) در این مسئله می‌خواهیم ببینیم با ریختن حجم معینی از آب روی میز شیشه‌ای چه سطحی از آن خیس می‌شود.

مقدمه: عناصر واقع بر سطح تماس دو محیط یکدیگر را با نیرویی می‌کشند. فرض کنید سطح نشان داده شده در شکل مقابل سطح جدایی بین دو محیط است، مثلاً یک طرف صفحه آب و طرف دیگر آن هوا قرار دارد. عناصر واقع در سمت چپ پاره خط AB به طول ΔL عناصر سمت راست را مطابق شکل با نیرویی می‌کشند که با طول AB متناسب است، به طوری که $\Delta F = \sigma \Delta L$. به کمیت σ ضریب کشش گفته می‌شود که واحد آن نیوتن بر متر است.



هنگامی که یک قطره مایع روی سطحی قرار می‌گیرد، پهن می‌شود و دایره‌ای به شعاع R از سطح را خیس می‌کند. یک مقطع مایع در صفحه‌ی X-Y مطابق شکل زیر است. برای سادگی فرض می‌کنیم که این مقطع در راستای افقی Z که عمود بر صفحه‌ی شکل است در یک فاصله کوتاه ΔL تغییر نمی‌کند (شعاع دایره، بزرگ است). ضخامت مایع h در تمام مقطع ثابت است، اما در کناره‌ها مایع شیب دارد و با زاویه‌ی θ نسبت به افق به سطح جامد منتهی می‌شود. زاویه‌ی θ به ضریب کشش میان سطح جدایی جامد و هوا α، ضریب کشش میان سطح جدایی جامد و مایع β و ضریب کشش میان سطح جدایی مایع و هوا σ، بستگی دارد.



آ) مطابق شکل، عنصر کوچکی را در محل جدایی سطح‌های مایع، جامد و هوا در داخل دایره در نظر بگیرید. نیروهای وارد بر این عنصر در دایره‌ی سمت چپ نشان داده شده است. با استفاده از تعادل نیروها در راستای افقی X برای این عنصر، زاویه‌ی θ را بر حسب α، β و σ به دست آورید.

ب) برای جنس مشخصی از شیشه $\theta = ۴۵^\circ$. با فرض آن که $\sigma = ۷/۰۰ \times ۱۰^{-۲}\ \mathrm{N/m}$ و $\alpha = ۴/۰۰\ \mathrm{N/m}$، β را حساب کنید. ($\cos ۴۵^\circ = ۰/۷۰۷$)

پ) فرض کنید $P(y)$ فشار مایع در نقطه‌ی y روی محور Y است. درست در زیر سطح تماس با هوا، فشار مایع همان فشار هوا یعنی P_0 است. تابع $P(y)$ را بر حسب شتاب گرانش g، ضخامت مایع h، چگالی مایع ρ و ارتفاع y از سطح جامد به دست آورید و نمودار آن را بکشید.

ت) برای مقطعی از دستگاه که داخل مستطیل خط‌چین قرار دارد و طول آن در راستای Z مقدار کوچک ΔL است، تعادل نیروها در راستای افقی X را بنویسید و از اینجا ضخامت مایع، h را بر حسب α، β، σ، g و ρ به دست آورید.

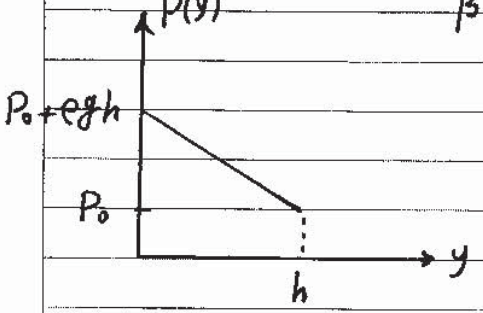
ث) فرض کنید حجم ۳۱۴ میلی‌لیتر آب روی شیشه بریزد. شتاب جاذبه $g = ۱۰\ \mathrm{m/s^۲}$ و چگالی آب $\rho = ۱۰۰۰\ \mathrm{kg/m^۳}$ است. مقدار عددی h و R را حساب کنید. (از حجم جاهای نزدیک لبه چشم‌پوشی شود)

ادامه پاسخ سوال ۸ از نوشتن جواب سوالات دیگر در قسمت تعیین شده برای این سوال خودداری کنید در غیر این صورت، پاسخ داده شده تصحیح نخواهد شد

ج) $\sigma \Delta L \cos\theta + \beta \Delta L = \alpha \Delta L \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\alpha - \beta}{\sigma}$

ب) $\beta = 3.95 \ \frac{N}{m}$

پ) $P(y) = P_0 + \rho g (h - y)$



ت) به ستطیل خط چین وسط نیرو وارد می‌شود

✓ نیروی ناشی از فشار آب برابر است با سطح زیر خط فوق ضرب در ΔL، یعنی
$(P_0 h + \frac{1}{2}\rho g h^2)\Delta L$

✓ نیروی ناشی از فشار هوا $P_0 h \Delta L$ است.

✓ سایر نیروها مطابق شکل $\sigma\Delta L$، $\alpha\Delta L$ و $\beta\Delta L$ است.

در حالت تعادل: $\sigma\Delta L + \beta\Delta L + P_0 h \Delta L = \alpha\Delta L + (P_0 h + \frac{1}{2}\rho g h^2)\Delta L$

$$h = \sqrt{\frac{2(\sigma + \beta - \alpha)}{\rho g}}$$

ث) $h = 2 \ mm$

$V = \pi R^2 h \Rightarrow R = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}} = \sqrt{\dfrac{3.14 \times 1.^{-6}}{3.14 \times 0.002}} = 0.22 m$ یا $22 cm$