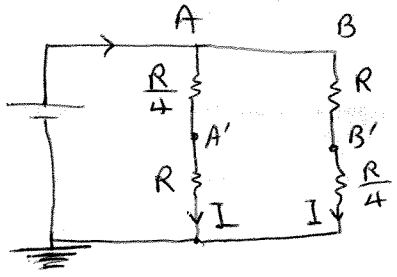
به نام خدا

پاسخنامه تشریحی کد ۱

مرحله اول المپیاد فیزیک

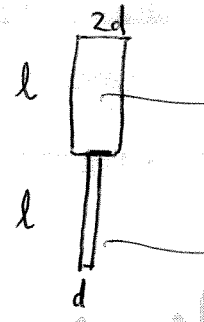
دوره ۲۴ - بهمن ۱۳۸۹

۱- گزینه الف درست است.



$$0 + RI = V_{A'}$$
$$0 + \frac{R}{4} I = V_{B'}$$
$$\rightarrow \frac{V_{A'}}{V_{B'}} = 4$$

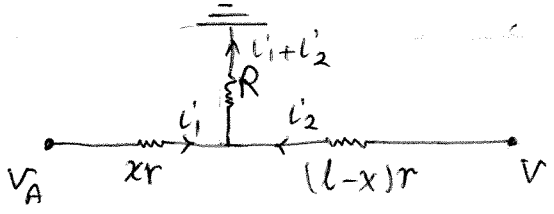
چون مقاومت با عکس مساحت ارتباط دارد، پس مقاومت قسمت کلفت $\frac{1}{4}$ مقاومت قسمت باریک است. همچنین با توجه به اینکه مقاومت کل دو شاخه با هم برابر است، پس جریان عبوری از هر دو شاخه یکسان می باشد.



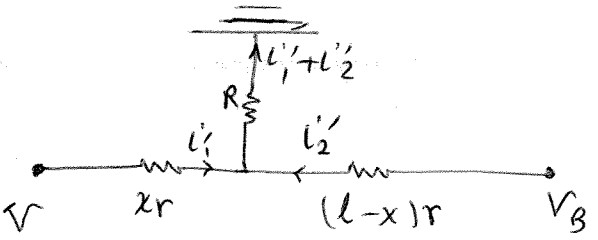
$$\rho \frac{l}{\frac{\pi}{4}(2d)^2} = \rho \frac{l}{\pi d^2} : \frac{R}{4}$$

$$\rho \frac{l}{\frac{\pi}{4} d^2} = 4\rho \frac{l}{\pi d^2} : R$$

۲- گزینه الف درست است.



$$V_A = xri'_1 + R(i'_1+i'_2)$$
$$V = (l-x)ri'_2 + R(i'_1+i'_2)$$



$$V_B = (l-x)ri'_2 + R(i'_1+i'_2)$$
$$V = xri'_1 + R(i'_1+i'_2)$$

حل دقیق این سوال مستلزم حل 4 معادله بالا و یافتن چهار مجهول i_1، i_2، i'_1، i'_2 است،

که بسیار طولانی و از حوصله بنده خارج است!

می‌توان از بررسی حالتهای خاص استفاده کرد:

حالت خاص اول: اگر $V_A=V_B$ $\longleftarrow$ $x=\frac{L}{2}$ $\Leftarrow$ $\frac{x}{L}=\frac{1}{2}$, $\frac{L}{x}=2$

پس فقط گزینه‌های الف و ج می‌تواند درست باشند.

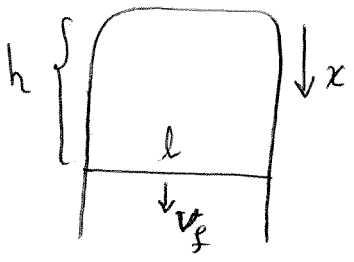
حالت خاص دوم: $x=0$ $\longleftarrow$ $V_A=V$ (چون از کابل هیچ جریانی عبور نمی‌کند و همه جریان هدر می‌رود)

حالت خاص سوم: $x=L$ $\longleftarrow$ $V_B=V$

بنابراین گزینه الف درست است!

$$\frac{L}{x} = 1 + \frac{V_B-V}{V_A-V}$$

۳- گزینه ۵ درست است.



$$\phi = B l x \longrightarrow \frac{d\phi}{dt} = \mathcal{E} = B l v$$

$$\mathcal{E} = RI \longrightarrow I = \frac{B l v}{R}$$

$$F = I l B \longrightarrow F = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

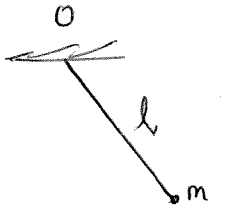
$$F = mg \longrightarrow v_f = \frac{mgR}{B^2 l^2}$$

از پایستگی انرژی:

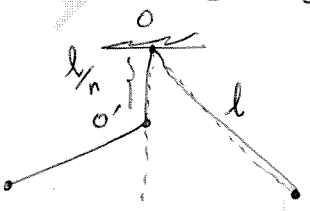
$$E_1 = 0 \ , \ E_2 = -mgh + \frac{1}{2} m v_f^2 = -mgh + \frac{m^3 g^2 R^2}{2B^4 l^4}$$

$$E_2 - E_1 = -W_f \longrightarrow W_f = mgh - \frac{m^3 g^2 R^2}{2B^4 l^4}$$

۴- گزینه ب درست است.



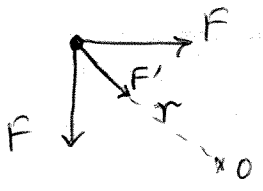
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



$$T' = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} + \pi\sqrt{\frac{l - l/n}{g}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \sqrt{1 - \frac{1}{n}}\right]$$

$$\longrightarrow \frac{T'}{T} = \frac{1}{2}\left[1 + \sqrt{\frac{n-1}{n}}\right] = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{n-1}{4n}}$$

۵- گزینه ب درست است.



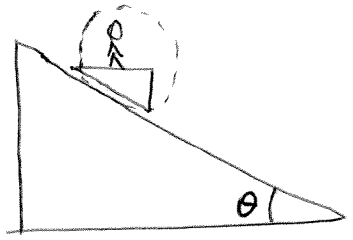
$$r = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad , \quad F = \frac{Gm^2}{a^2} \quad , F' = \frac{Gm^2}{2a^2}$$

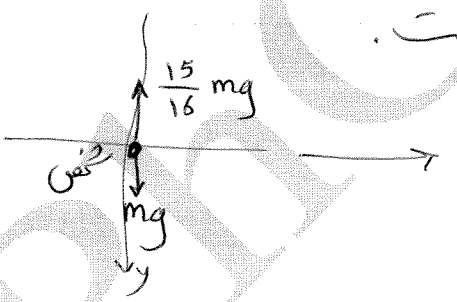
$$F' + F\sqrt{2} = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow \frac{Gm^2}{a^2}\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) = ma\frac{\sqrt{2}}{2}\omega^2$$

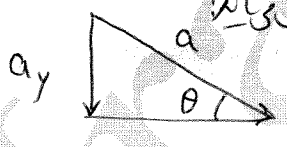
$$\longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{Gm}{a^3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\right)}$$

۶- گزینه ب درست است.

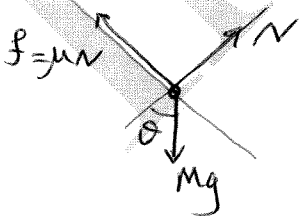




در راستای عمود بر شخص نیروی وزنه و نیروی عمودی از طرف سکو وارد می‌شود. بنابراین شتاب شخص در راستای عمود $\frac{1}{16}g$ است. اگر شخص و سکو را یک جسم فرض کنیم (با توجه به اینکه شخص از سکو جدا نمی‌شود)، شتاب مولفه‌ی سطح شیب‌دار این جسم مطابق شکل بدست می‌آید:



$$a_y = a\sin\theta \rightarrow a = \frac{a_y}{\sin\theta} = \frac{1/16\,g}{\frac{1}{2}} = \frac{g}{8}$$

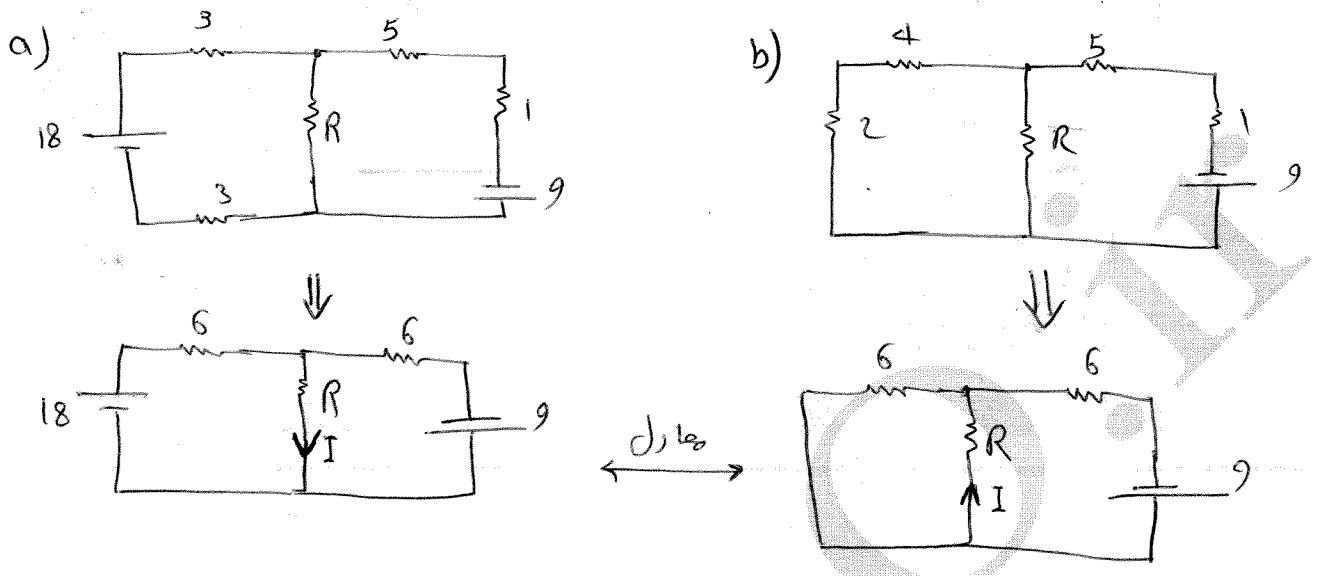


$$\left.\begin{aligned} Mg\sin\theta - \mu N &= Ma \\ N &= Mg\cos\theta \end{aligned}\right\} \; a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

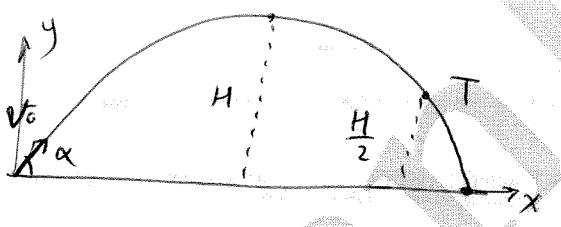
$$\rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2} - \mu\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

۷- گزینه ج درست است.

با کمی دقت در شکل مدارها، مشخص است که دو مدار یکسان هستند:



۸- گزینه د درست است.



$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

$$v_y^2 - v_0^2 \sin^2\alpha = -2gy$$

$$\Rightarrow v_y^2 = + v_0^2 \sin^2\alpha - 2g\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{4g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2} \rightarrow v_y = -\frac{v_0 \sin\alpha}{\sqrt{2}}$$

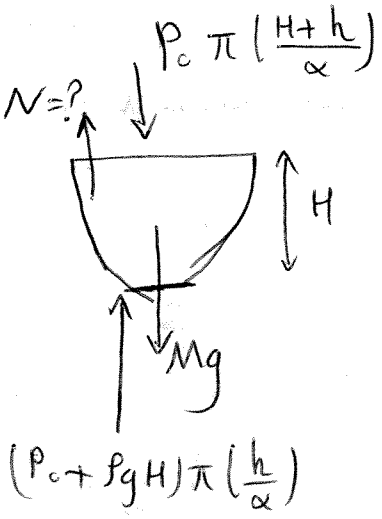
$$\rightarrow -\frac{v_0 \sin\alpha}{\sqrt{2}} = v_0 \sin\alpha - gT \Rightarrow v_0 \sin\alpha \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = gT$$

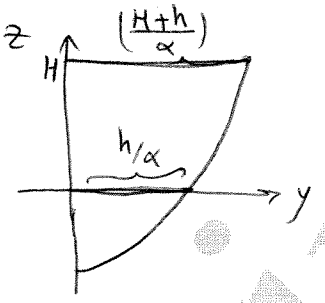
$$\rightarrow v_0 = \frac{gT}{\sin\alpha} \cdot \frac{2}{2+\sqrt{2}} = \frac{gT}{\sin\alpha} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{gT}{\sin\alpha} \cdot \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2-1}$$

$$\rightarrow v_0 = \frac{gT}{\sin\alpha} \cdot (2-\sqrt{2})$$

۹- گزینه ج درست است.

نیروهای وارد بر مایع را رسم می‌کنیم

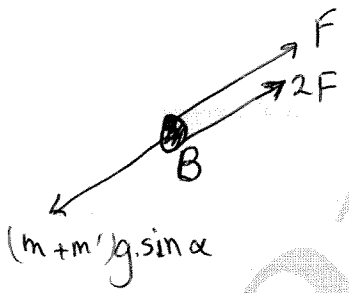




$$\frac{\pi(H+h)}{\alpha}P_0 + Mg = N + (P_0+\rho gH)\frac{\pi h}{\alpha} \Rightarrow N = Mg - \frac{\pi hH\rho g - P_0\pi H}{\alpha}$$

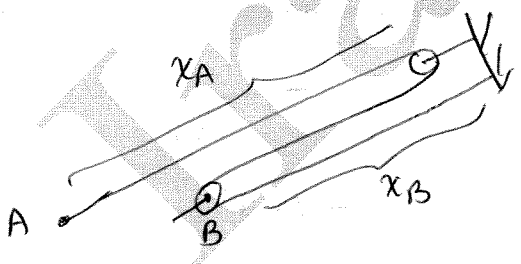
۱۰- گزینه ۲ درست است.

نیروهای وارد شده به مجموعه شخص و جعبه:



شتاب حرکت جعبه و شخص: $\longrightarrow a = \frac{3F}{m+m'} - g\sin\alpha$

ولی سرطناب که در دست شخص است شتاب دیگری دارد!



طول طناب $= L = x_A + 2x_B$

$$\longrightarrow 0 = \frac{d^2x_A}{dt^2} + 2\frac{d^2x_B}{dt^2} \xrightarrow[\text{اندازه}]{} a_A = 2a$$

بنابراین شتاب نسبی شخص و سر آزاد طناب:

$$a_A + 2a_B = 3a$$

$$\longrightarrow S = \frac{1}{2}(3a)t^2 \longrightarrow S = \frac{3}{2}\left[\frac{3F}{m+m'} - g\sin\alpha\right]t^2$$

۱۱ـ گزینه ج درست است.

V : حجم مجسمه اولیه ، A : سطح مجسمه اولیه :

v : حجم هر مجسمه کوچک ، a : سطح هر مجسمه کوچک :

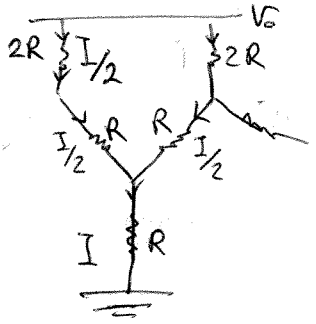
$$1000v = V \Rightarrow \frac{v}{V} = \frac{1}{1000} \xrightarrow{\text{تشابه}} \frac{a}{A} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{2/3} = \frac{1}{100} \Rightarrow a = \frac{A}{100}$$

$A \longrightarrow 100$ قوطی

$1000a \longrightarrow 1000 \times \frac{A}{100} = 10A \longrightarrow 1000$ قوطی

۱۲ـ گزینه د درست است.

با توجه به تقارن مدار و بی نهایت بودن آن، از مقاومت هایی که انتهای مرا دارند، جریانی عبور نمی کند! پس:



$$V_0 = 2R\frac{I}{2} + R\frac{I}{2} + RI = \frac{5RI}{2} \rightarrow I = \frac{2V_0}{5R}$$

۱۳ـ گزینه ج درست است.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta V}{\Delta x} = v\cdot\frac{\Delta v}{\Delta x}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt}\cdot\frac{dv}{dx} = v\frac{dv}{dx} = v\Big/\left(\frac{dx}{dv}\right)$$

$\frac{dx}{dv}$: شیب نمودار مکان ـ سرعت :

بنابراین در نقطه $\begin{cases} x=3 \\ v=6 \end{cases}$ خط مماس بر نمودار را رسم کرده و مقدار سرعت را بر شیب خط مماس تقسیم می‌کنیم.

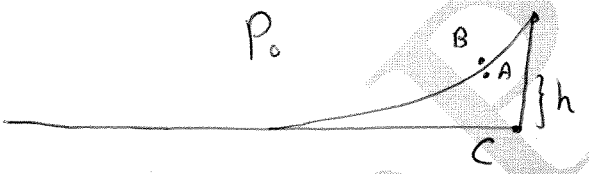
$$\left|\frac{dx}{dv}\right| \simeq \frac{4}{6} \rightarrow a = \frac{6}{4/6} = 9 \Rightarrow a \simeq 8\ m/s^2$$

۱۴ـ گزینه ب درست است.

چون جسم از حالت سکون شروع کرده و در نهایت نیز به سکون می‌رسد پس براساس رابطه تغییر تکانه و نیرو (مساحت زیر نمودار نیرو-زمان برابر است با تغییر تکانه)، تغییر تکانه کل سیستم باید صفر باشد ← همه گزینه‌ها جز ب حذف می‌شوند.

هنگام شتاب گرفتن شونده مقدار نیروی سطح افزایش و هنگام شتاب گرفتن شونده نیروی سطح کاهش می‌یابد.

۱۵ـ گزینهٔ ج درست است.

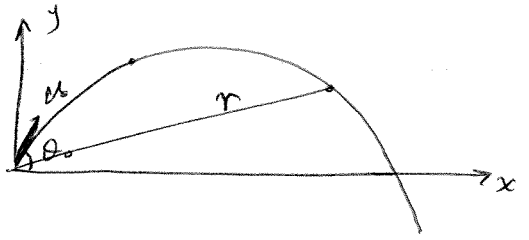


$$P_B = P_0$$

$$P_C = P_A + \rho g h = P_0$$

$$\Rightarrow P_A + \rho g h = P_B \Rightarrow P_A - P_B = -\rho g h$$

۱۶ـ گزینه ج درست است.



$$x = v_0\cos\theta_0 t \quad , \quad y = v_0\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$\rightarrow r^2 = v_0^2t^2 - gv_0\sin\theta_0 t^3 + \frac{1}{4}g^2t^4$$

برای تعیین رفتار تابع با t، مشتق آن را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{d(r^2)}{dt} = 2v_0^2t - 3gv_0\sin\theta_0 t^2 + g^2t^3 = t\left(2v_0^2 - 3gv_0\sin\theta_0 t + g^2t^2\right)$$

برای $t>0$، عبارت فوق می‌تواند مثبت یا صفر یا منفی:

$$\Delta = 9g^2v_0^2\sin^2\theta_0 - 8v_0^2g^2 = v_0^2g^2\left(9\sin^2\theta_0 - 8\right)$$

به ازای $\Delta<0$، عبارت فوق (مشتق r^2 نسبت به زمان) همواره مثبت است (چرا؟!)

$$\Delta<0 \rightarrow 9\sin^2\theta_0 < 8 \rightarrow \boxed{\sin\theta_0 < \frac{2\sqrt{2}}{3}} \rightarrow \theta_0 < \theta_c$$

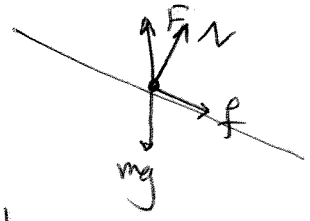
بنابراین تابع همواره صعودی خواهد بود (حالت a)

به ازای $\Delta=0$، عبارت $\frac{d(r^2)}{dt}$ فقط در یک نقطه صفر خواهد بود و در بقیهٔ نقاط مثبت است. $\leftarrow$ حالت b $\leftarrow \theta_0=\theta_c$

به ازای $\Delta>0$، عبارت $\frac{d(r^2)}{dt}$ در دو نقطه صفر می‌شود $\leftarrow \theta_0>\theta_c$ حالت c

۱۷ - گزینه د درست است. (باشگاه دانش‌پژوهان جوان، گزینه ب را درست اعلام کرده است.)

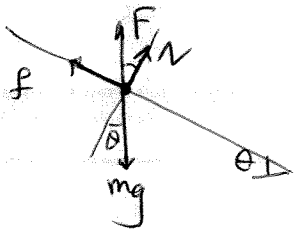
برای محاسبه‌ی حد بالا، اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالای سطح شیبدار باشد:



همانطور که از شکل نیروها مشخص است، این حالت امکان‌پذیر نیست! (چرا؟).

$F=k(l-l_0)$

پس جسم در آستانه حرکت به سمت پایین است:



$$F\cos\theta + N = mg\cos\theta \rightarrow (mg-F)\cos\theta = N$$

$$mg\sin\theta = F\sin\theta + f \rightarrow f = (mg-F)\sin\theta$$

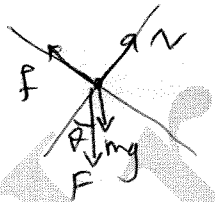
حالت حدی هنگامی است که جسم ساکن بوده و در آستانه جدایی از سطح است: $\begin{matrix} N=0 \\ f=0 \end{matrix}\}$

$$N=0 \Rightarrow mg=F \Rightarrow \frac{mg}{k} = l-l_0 \Rightarrow l = l_0 + \frac{mg}{k} \rightarrow \text{گزینه د}$$

اگر جسم در حالت کشیدگی فنر ساکن باشد، با توجه به معادلات نوشته شده:

$$f = (mg-F)\sin\theta \leq \mu(mg-F)\cos\theta \xrightarrow{mg\neq F} \tan\theta \leq \mu$$

همچنین اگر فنر فشرده باشد و جسم ساکن باشد:



$$\left.\begin{matrix} f = (mg+F)\sin\theta \leq \mu N \\ N = (mg+F)\cos\theta \end{matrix}\right\} \rightarrow \tan\theta \leq \mu$$

همانطور که مشخص است اگر $\tan\theta \leq \mu$ باشد جسم در محدوده $l_0 \leq l \leq l_0 + \frac{mg}{k}$ ساکن است.

ولی هیچ لزومی به برقراری شرط $\tan\theta \leq \mu$ نیست! و متن سؤال هم در مورد صحتی نکرده است. پس گزینه د لزوماً درست است. اگر چه باشگاه دانش‌پژوهان گزینه ب را به عنوان پاسخ درست اعلام کرده است که صرفاً در حالت $\tan\theta \leq \mu$ درست است!

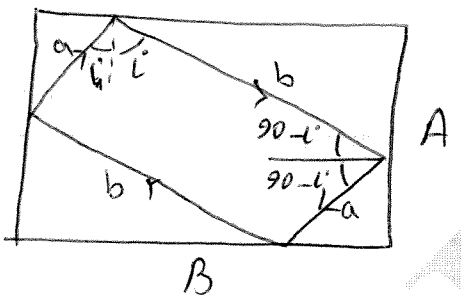
۱۸ـ گزینه ب درست است.

$$-mgh + m_v L_v + mc\Delta T = 0 \rightarrow \Delta T = \frac{gh}{c} - \frac{m_v L_v}{mc}$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{10\times 100}{4\times 10^3} - \frac{10^{-2}\times 2\times 10^6}{4\times 10^3} = 0.25 - 5 \simeq -5^\circ C$$

توجه کنید که سرعت جریان آب در بالا و پایین آبشار یکسان است. بنابراین انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند.

۱۹ـ گزینه ج درست است.



$$2i = 90 \rightarrow i = 45^\circ$$

$$\Rightarrow 90 - i = 45^\circ$$

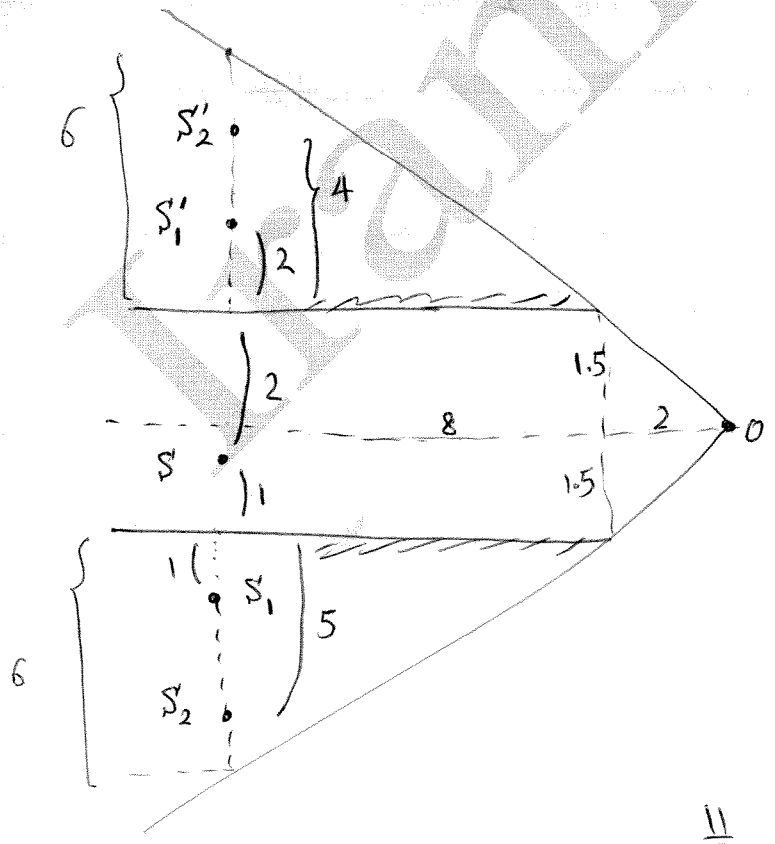
$$A = a\sin 45^\circ + b\sin 45 = (a+b)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B = a\cos 45^\circ + b\cos 45^\circ = (a+b)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = 1$$

۲۰ـ گزینه ج درست است.

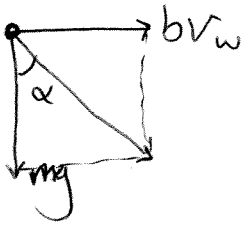
با رسم خطوط میدان دید و رسم تصاویر دو چشمه ها، تعداد ۴ تصویر قابل مشاهده است.



۲۱ـ گزینه ج درست است.

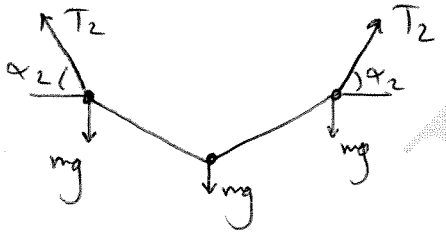
در حالت حدی، سرعت افقی قطرات باران با سرعت باد یکسان می‌شود. بنابراین از دید ناظر ساکن نسبت به هوا نیروی افقی (مقاومت هوا) به قطرات وارد نمی‌شود.

ولی از دید ناظر زمینی:



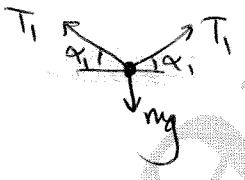
$$\tan\alpha = \frac{bv_w}{mg}$$

۲۲ـ گزینه ج درست است.

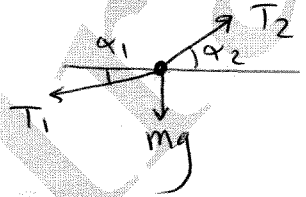


$$2T_2\sin\alpha_2 = 3mg$$

$$\longrightarrow T_2 = \frac{3mg}{2\sin\alpha_2}$$



$$2T_1\sin\alpha_1 = mg \longrightarrow T_1 = \frac{mg}{2\sin\alpha_1}$$



$$T_2\cos\alpha_2 = T_1\cos\alpha_1$$

$$\Rightarrow \frac{3mg}{2\sin\alpha_2}\cdot\cos\alpha_2 = \frac{mg}{2\sin\alpha_1}\cdot\cos\alpha_1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \frac{1}{3}$$

۲۳ـ گزینه ج درست است.

فرآیند فشار ثابت است. $(P_1=P_2)$

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \longrightarrow \frac{V}{T}=\frac{V_2}{T'} \quad , \quad P_1V=nRT \quad , \quad V_2=V+V'$$

$$\Delta U=Q-W \quad , \quad Q=0 \quad ,$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}nR(T'-T)=-P_1(V'-V)=\frac{nRT}{V}(V-V')$$

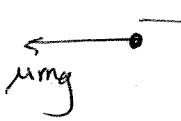
$$\Rightarrow 3V(T'-T)=2T(V-V') \longrightarrow 3VT'+2V'T=5VT \quad (I)$$

$$\frac{V}{T}=\frac{V+V'}{T'} \longrightarrow VT'-V'T=VT \quad (II)$$

$$(I),(II) \Rightarrow \boxed{\frac{T'}{T}=\frac{7}{5}}$$

۲۴ـ گزینه الف درست است.

به جسم بالایی نیروی اصطکاک μmg خلاف جهت حرکت وارد می‌شود:



$$-\mu mg=ma \longrightarrow a=-\mu g$$

به جسم پایینی نیروی اصطکاک μmg در جهت حرکت وارد می‌شود:

$$\mu mgt=ma' \longrightarrow a'=\mu g$$

نیروی اصطکاک تا زمانی وارد می‌شود که سرعت دو جسم یکسان شود:

$$V_0-\mu gt=\mu gt \rightarrow t=\frac{V_0}{2\mu g}$$

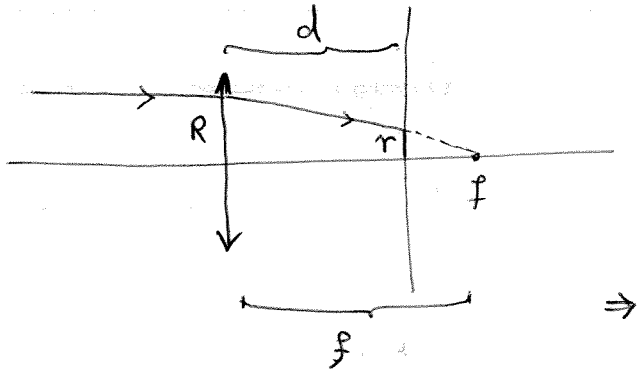
$$\longrightarrow V_1=V_2=\frac{V_0}{2}$$

کار نیروی اصطکاک از قضیه کار و انرژی بدست می‌آید.

$$K_2-K_1=W_f$$

$$\boxed{\frac{1}{2}mV_0^2-\frac{1}{2}m\left(\frac{V_0}{2}\right)^2=\frac{-3}{8}mV_0^2}$$

۲۵ - گزینه ج درست است.



توان ورودی = توان خروجی

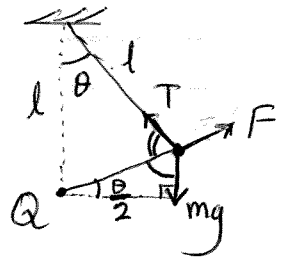
مساحت پرتو روشنایی = توان

$$\Rightarrow I_0 \pi R^2 = I \pi r^2 \Rightarrow I = I_0 \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

با توجه به شباهت $\Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{f}{f-d}$ $\Rightarrow$ $I = I_0 \left(\frac{f}{f-d}\right)^2$

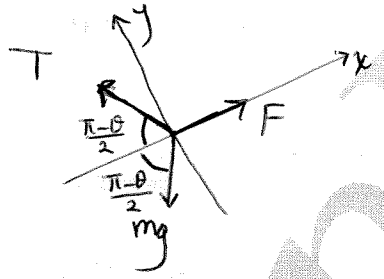
۲۶ - گزینه الف درست است.

محور مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم که یکی از محورها در راستای خط واصل دو بار الکتریکی باشد.



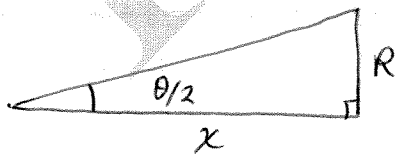
با توجه به هندسه شکل، زاویه نیروی وزن mg و نیروی کشش نخ T با راستای محور x یکسان و برابر $\frac{\pi-\theta}{2}$ است.

برآیند نیروها در راستای محور y باید صفر باشد:



$$T \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = mg \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow T = mg$$

۲۷ - گزینه الف درست است.



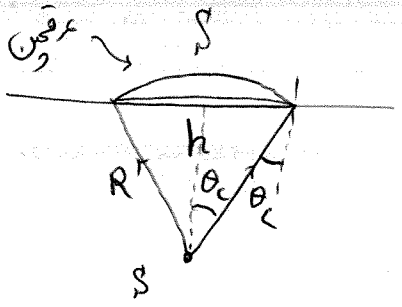
$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{R}{x} \quad , \quad x = l - vt$$

نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\frac{\dot{\theta}}{2}\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = R(-1)(\dot{x})(x^{-2}) \longrightarrow \dot{\theta} = \frac{2Rv}{R^2 + x^2}$$

با کاهش مقدار x، مقدار $\dot{\theta}$ (شیب نمودار) همواره در حال افزایش است و در $x = 0$ مقدار $\dot{\theta}_{(x=0)} = \frac{2v}{R}$ است.

۲۸ـ گزینه الف درست است.



$$h = R\cos\theta_c \rightarrow R = \frac{h}{\cos\theta_c} \quad , \quad n = 1.25 = \frac{5}{4}$$

$$S = 4\pi R^2 \sin^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right) = 2\pi R^2 (1-\cos\theta_c)$$

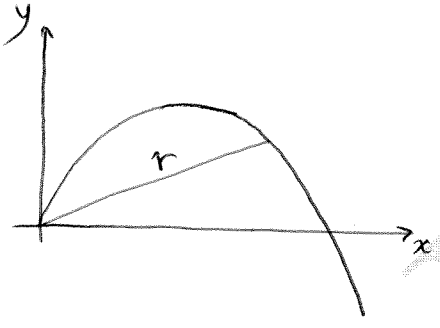
$$\eta = \frac{S}{4\pi R^2} = \frac{2\pi R^2(1-\cos\theta_c)}{4\pi R^2} = \frac{1-\cos\theta_c}{2}$$

$$\sin\theta_c = \frac{1}{n} \rightarrow \cos\theta_c = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}\right)$$

$$\eta = \frac{1}{2}\left[1-\sqrt{1-\frac{16}{25}}\right] = \frac{1}{2}\left[1-\frac{3}{5}\right] = \frac{1}{5} \rightarrow \eta = 20\%$$

۲۹ـ گزینه الف درست است.



$$x = v_0\cos\theta t \quad , \quad y = v_0\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

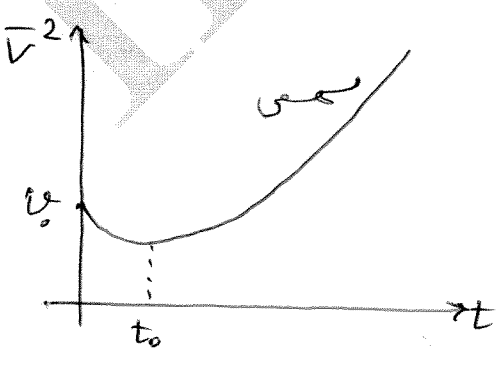
$$r^2 = x^2 + y^2 \quad , \quad \bar{v} = \frac{r}{t}$$

$$r^2 = v_0^2 t^2 - v_0 g\sin\theta t^3 + \frac{1}{4}g^2t^4$$

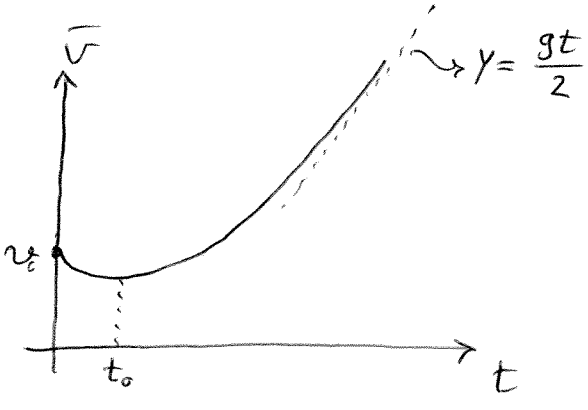
$$\rightarrow \bar{v}^2 = v_0^2 - v_0 g\sin\theta t + \frac{1}{4}gt^2 \quad : \text{سهمی} \rightarrow t_0 = \frac{2v_0\sin\theta}{g} > 0$$

این سهمی رو به بالا است، نقطهٔ مینیموم آن در $t = t_0$ اتفاق می‌افتد.

$$\bar{v} = \sqrt{v_0^2 - v_0 g\sin\theta t + \frac{1}{4}g^2t^2}$$



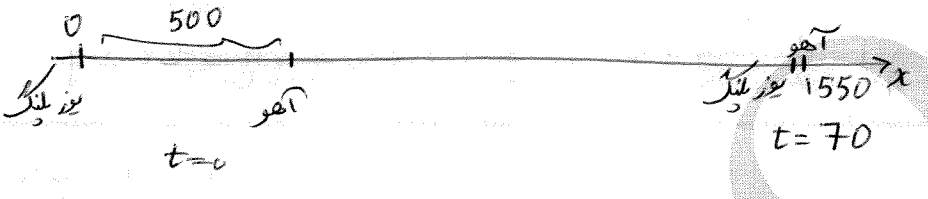
$\Rightarrow$



۲۴ - گزینه الف درست است.

اطلاعات موجود در سوال: یوزپلنگ در زمان 10 تا 65 با سرعت ثابت $v_{\text{یو}} = \frac{1500-100}{65-10}$ حرکت می‌کند. همچنین یوزپلنگ باید در زمان کمتر از 70 ثانیه آهو را شکار کند، در غیر اینصورت خسته می‌شود و می‌ایستد. یوزپلنگ در زمان شروع تا توقف مسافت 1550 متر را طی می‌کند.

$v_{\text{یو}} = \frac{1400}{55} \simeq 25.45 \ m/s \simeq 91.63 \ km/hr$ ، $v_{\text{آهو}} = 60 \ km/hr = 16.67 \ m/s$



شرط فرار آهو:

$x_{\text{آهو}} = 500 + 16.67(t-7) \xrightarrow{t=70} x_{\text{آهو}} \geq 1550$

$\Rightarrow 500 + 16.67(70-7) \geq 1550 \longrightarrow 70-7 \geq \frac{1550-500}{16.67}$

$\Rightarrow 70-7 \geq 63 \Rightarrow \boxed{7 \leq 7 \ s}$

توجه کنید که مبدأ زمان، لحظه شروع حرکت یوزپلنگ فرض شده است.

سؤالات پاسخ کوتاه

۱- پاسخ $27^\circ C$ درست است.

توان گرمایی تولیدشده براثر عبور جریان = توان گرمایی خارج شده براثر انتقال گرما:

$$RI^2 = 2KA\frac{\Delta T}{\Delta x} \quad , \quad R=\rho\frac{L}{aw} \quad , \quad A=wL \quad , \quad \Delta x=b$$

$$\Rightarrow \rho\frac{L}{wa}I^2 = 2KwL\frac{(T-\theta_0)}{b}$$

T: دمای سطح مسی

$$\Rightarrow T-\theta_0 = \frac{\rho K b I^2}{2KKw^2a} \longrightarrow T=\theta_0+\frac{\rho b I^2}{2K w^2 a}$$

$$\longrightarrow T = 23+\frac{1.7\times10^{-8}\times2\times10^{-3}\times400}{2\times16\times10^{-2}\times10^{-4}\times10^{-4}} \Rightarrow \underline{T=27^\circ C}$$

۲- پاسخ $67^\circ C$ درست است. (پاسخ‌های 67 تا 75 مورد قبول می‌باشد)

توان گرمایی تولیدشده براثر عبور جریان + توان گرمایی جذب شده تابشی = توان گرمایی دفع شده تابشی

$$\Rightarrow RI^2 + 2A\sigma T^4 = 2A\sigma T_c^4$$

$$\Rightarrow T_c^4 = T^4+\frac{RI^2}{2A\sigma} \Rightarrow T_c = T\left[1+\frac{RI^2}{2A\sigma T^4}\right]^{1/4}$$

$$R=\rho\frac{L}{aw} \quad , \quad A=Lw+(aw+aL)\simeq L.w$$

$$\Rightarrow T_c = T\left[1+\frac{\rho\frac{K}{aw}\cdot I^2}{3K\,w\quad \sigma T^4}\right]^{1/4} \simeq T\left[1+\frac{\rho I^2}{2aw^2\sigma T^4}\right]^{1/4}$$

$$\Rightarrow T_c = 300\times\left[1+\frac{1.7\times10^{-8}\times4\times10^2}{2\times10^{-4}\times10^{-4}\times5.7\times10^{-8}\times81\times10^8}\right] \simeq 300\left[1+0.75\right]^{1/4}$$

$0.75=\frac{3}{4}$

$$\longrightarrow T_c = 300\times\left(1+\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}-\frac{3}{32}\times\frac{9}{16}\right) \longrightarrow \underline{T_c\simeq 340.41\,K\simeq 67^\circ C}$$

۳- پاسخ 38 GJ درست است. (پاسخ‌های بین 36 تا 39 مورد قبول است).

در 10gr سوخت نیروگاه، مقدار 0.5gr اتم $^{235}_{92}U$ وجود دارد. با توجه به معادله واکنش:

جرم اولیه : $(235.04 + 1.01)\,u$

جرم نهایی : $(140.91 + 91.91 + 3.03)\,u$

$\xrightarrow{\text{جرم از بین رفته}} = 0.2\,u = 3.4\times10^{-28}\ kg$

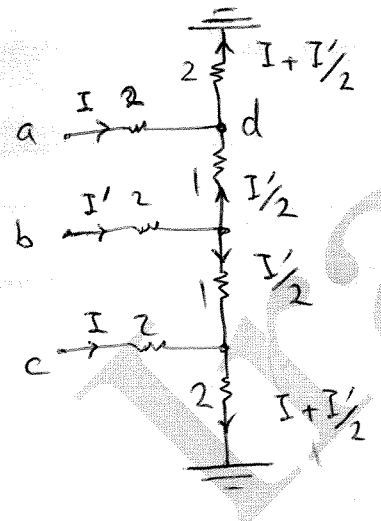
$E = mc^2 \longrightarrow$ انرژی آزاد شده $= 3.4\times10^{-28} \times 9\times10^{16} = 3.06\times10^{-11}\ J/mol$

این مقدار انرژی از یک مول اتم $^{235}_{92}U$ بدست می‌آید.

$$n = \frac{0.5\times10^{-3}}{235.04\times1.7\times10^{-27}} = 1.25\times10^{21}\ mol$$

$$\longrightarrow \frac{E}{کل} = 3.83\times10^{10}\ j = 38.3\ GJ \simeq 38\ GJ$$

۴- پاسخ 14 V درست است.



با توجه به تقارن مدار، جریان‌ها به شکل مقابل است.

$$V_a - 2I - 2\left(I + \frac{I'}{2}\right) = 0 \Rightarrow 12 = 2I + \frac{I'}{2}$$

$$V_b - 2I' - \frac{I'}{2} + 2I = V_a \Rightarrow 0 = 2I - \frac{5}{2}I'$$

$$\Rightarrow I' = 4\ mA\ ,\ I = 5\ mA$$

$$\Rightarrow V_a - 2I = V_d \Rightarrow 24 - 2\times5 = V_d \Rightarrow V_d = 14\ V$$

۵- پاسخ $20\ m/s$ درست است.

این سؤال ارتباطی با صوت و موج ندارد و کافی است رابطه بین نمودار و رابطه داده شده را پیدا کرد.

وقتی جسم از بی‌نهایت به سمت شخص حرکت می‌کند: $\theta = \pi \leftarrow \cos\pi = -1$

$$\Rightarrow f = f_0\left(1+\frac{V}{c}\right) \rightarrow f = f_0\left(1+\frac{V}{c}\right) = 2870\ Hz \quad (I)$$

وقتی جسم از فاصله بی‌نهایت ساکن و از شخص دور می‌شود: $\theta = 0 \leftarrow \cos 0 = +1$

$$\rightarrow f = f_0\left(1-\frac{V}{c}\right) \rightarrow f = f_0\left(1-\frac{V}{c}\right) = 2530\ Hz \quad (II)$$

$$\frac{(I)}{(II)} \Rightarrow \frac{2870}{2530} = \frac{1+V/c}{1-V/c} = \frac{2700+170}{2700-170} = \frac{1+\frac{170}{2700}}{1-\frac{170}{2700}}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{c} = \frac{170}{2700} = \frac{V}{320} \Rightarrow V = 20.15\ m/s \simeq 20\ m/s$$

روش دوم:

$$f = f_0\left(1-\frac{V}{c}\cos\theta\right) \rightarrow \frac{df}{d\theta} = f_0\frac{V}{c}\sin\theta \rightarrow \frac{d^2f}{d\theta^2} = f_0\frac{V}{c}\cos\theta$$

همانطور که از مشتق دوم مشخص است در $\theta = \frac{\pi}{2}$، تقعر منحنی تغییر می‌کند. بنابراین در فرکانس $f = 2700$ تقعر تغییر می‌کند $\leftarrow \theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow f = f_0 = 2700\ Hz$

$$\theta = \pi \rightarrow f = f_0\left(1+\frac{V}{c}\right) = 2870 \Rightarrow 2870 = 2700\left(1+\frac{V}{c}\right)$$

$$\rightarrow \frac{2870}{2700} = 1+\frac{170}{2700} = 1+\frac{V}{320} \Rightarrow V \simeq 20\ m/s$$

سلامت، شاد و موفق باشید

امیر کرتوی

بهمن ۱۳۹۲

IranphO.ir