به نام خدا

پاسخ تشریحی

مرحله اول بیست و سومین دوره المپیاد کامپیوتر

سال ۱۳۹۱

کد دفترچه: ۱

❖ این پاسخ‌ها با تلاش همیاران و اعضای کمیته‌ی ملی المپیاد کامپیوتر فراهم شده‌اند و دور از انتظار نیست که کمبودها و خطاهایی در آن وجود داشته باشد. هرگونه پیشنهاد اصلاح یا تکمیل این پاسخ‌ها را از طریق سامانه‌ی اینترنتی http://www.inoi.ir به اطلاع کمیته‌ی ملی المپیاد کامپیوتر برسانید.

۱) گزینه‌ی ۵ درست است.

با استفاده از حرکات توصیف شده می‌توان هر ترتیبی از قرارگیری صفر و یک‌ها را در جدول ساخت (حتی اگر اعداد تمامی خانه‌های جدول از یکدیگر متمایز بودند نیز می‌توانستیم هر حالتی را تولید کنیم). در نتیجه جواب مسئله برابر است با:

$$\binom{9}{3} = 84$$

۲) گزینه‌ی ۴ درست است.

در صورتی که نت اول سل نباشد، برای نت بعدی سه حالت و در صورتی که سل باشد دو حالت داریم. به همین ترتیب نت دوم را تقسیم‌بندی می‌کنیم تا به نتیجه‌ی زیر برسیم:

$$2 \times \big(2 \times (3) + 1 \times (2)\big) + 1 \times \big(1 \times (3) + 1 \times (2)\big) = 21$$

۳) گزینه‌ی ۱ درست است.

هر مسیر از نقطه‌ی A به نقاط بزرگ را می‌توان با یک رشته‌ی دودویی به طول ۶ متناظر ساخت (صفر در رشته به معنی حرکت به سمت راست و یک به معنی حرکت به سمت بالا خواهد بود).

به این نکته توجه کنید که در هر نقطه از مسیر دقیقا دو انتخاب داریم و طول مسیر هم دقیقا ۶ می‌باشد. در نتیجه تعداد کل حالات برابر است با: 2^6.

۴) گزینه‌ی ۱ درست است.

طبق نکات یاد شده در سوال می‌دانیم خانه‌های سیاه، خانه‌هایی هستند که زوجیت شماره‌ی سطر و ستون‌شان یکی است.

ابتدا مجموع خانه‌های واقع در سطر و ستون فرد و سپس مجموع خانه‌های واقع در سطر و ستون زوج را محاسبه می‌کنیم. هرکدام شامل جدولی کامل خواهند بود که مجموعش از ضرب مجموع سطر در مجموع ستون بدست می‌آید.

$$(1 + 3 + \cdots + 19)^2 + (2 + 4 + \cdots 18)^2 = 90^2 + 100^2$$

۵) گزینه‌ی ۱ درست است.

هر رقم از یک عدد ۵رقمی در مبنای دو می‌تواند یک یا صفر باشد که دقیقا در ۱۶ عدد، یک و در ۱۶ عدد دیگر صفر است. در نتیجه مجموع تعداد ارقام یک در این اعداد برابر است با:

$$16 \times 5 = 80$$

۶) گزینه‌ی ۳ درست است.

در صورتی که به عدد n یک واحد اضافه کنیم باقیمانده‌ی آن بر هر $2 \le i \le 10$، صفر خواهد بود. کوچکترین عدد با این ویژگی، ک.م.م این اعداد خواهد بود:

$$n + 1 = 8 \times 9 \times 5 \times 7 = 2520 \Rightarrow n = 2519$$

پس ضرب ارقام آن برابر ۹۰ خواهد بود.

۷) گزینه‌ی ۳ درست است.

ادعا می‌کنیم در صورتی که وزن شتر اول مشخص شود، وزن بقیه‌ی شترها به صورت یکتا تعیین می‌شود. برای اثبات این ادعا باید وزن هر شتر را از روی وزن شتر جلوی آن بدست آوریم.

فرض کنید که وزن شتر جلویی i باشد. اگر i فرد باشد وزن شتر باید $\frac{15-i}{2}$ و در غیر اینصورت باید $\frac{30-i}{2}$ باشد.

در نتیجه تعداد کل حالات ۱۵ تاست.

* نکته: می‌توان همین روند را برای شتر آخر نیز نوشت. سعی کنید وزن شتر $(i-1)$ام را براساس وزن شتر iام بدست آورید.

۸) گزینه‌ی ۳ درست است.

در هر مرحله عدد نوشته شده در خانه‌ها پاک می‌شود ولی به عدد سه خانه‌ی دیگر اضافه می‌شود. پس در هر مرحله مجموع اعداد خانه‌ها سه برابر خواهد شد.

در ابتدا مجموع اعداد، ۲۱ است و پس از گذشت چهار ساعت برابر $21 \times 81 = 1701$ می‌شود.

۹) گزینه‌ی ۵ درست است.

تعداد خانه‌های مسیر ۶تا هستند در نتیجه باید دقیقا از ۲ خانه‌ی سفید بگذریم. در نتیجه هر زمان که به خانه‌ی سفید رسیدیم باید به خانه‌ی سفید بالا-راست آن برویم و سپس از خانه‌های سفید خارج شویم. پس تعداد روش‌های مختلف اینکار ۳ حالت است (باتوجه به اینکه اولین بار به کدام خانه‌ی سفید رسیده‌ایم).

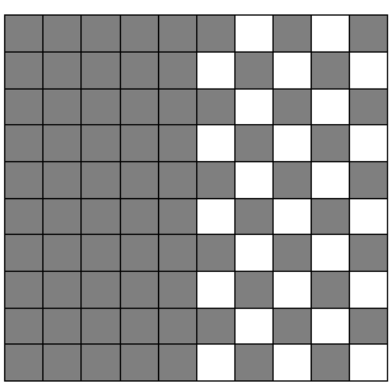
۱۰) گزینه‌ی ۱ درست است.

چون در نهایت در هر دو ظرف یک لیتر مایع وجود دارد، هر چقدر که در ظرف اول آب باشد در ظرف دوم به همان میزان گلاب وجود دارد. در نتیجه درصدهای ذکر شده با یکدیگر برابر هستند.

۱۱) گزینه‌ی ۵ درست است.

در صورتی که در یک پوشش ۲۵ مستطیل کامل رنگ شده باشد و از بقیه‌ی مستطیل‌ها نیز حداکثر یک خانه‌ی رنگ شده داشته باشیم، به حداکثر ۷۵ خانه‌ی رنگی خواهیم داشت.

مثال زیر با این تعداد رنگ‌آمیزی، شرایط مسئله را برآورده کرده است.



۱۲) گزینه‌ی ۲ درست است.

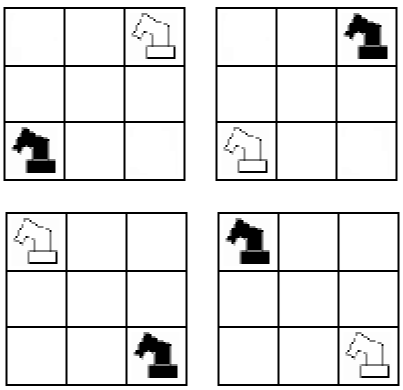
در ساعت اول دو حالت برای حرکت آنها وجود دارد. در ساعت دوم اگر هر دو به جزیره‌ی وسط نقشه نروند، بقیه مسیر به صورت یکتا مشخص می‌شود. تعداد این حالات برابر ۸ است. اگر هر دو به جزیره‌ی وسط سفر کنند دو حالت برای ادامه‌ی حرکت وجود دارد. در نتیجه جواب نهایی برابر است با:

$$2 \times (8 + 2) = 20$$

۱۳) گزینه‌ی ۲ درست است.

حالات غیرمعتبر را از کل حالات قرارگیری دو خیل در صفحه‌ی شطرنج کم می‌کنیم.

وقتی دو خیل همدیگر را تهدید می‌کنند که در دو قطر یک مربع 3×3 باشند. چون رنگ خیل‌ها باهم فرق دارد به چهار حالت زیر می‌توانند در قطر قرار بگیرند.



همچنین به ۳۶ حالت می‌توان جدول 3×3 را در جدول اولیه مشخص کرد. درنتیجه جواب نهایی برابر است با:

$$64 \times 63 - 4 \times 36 = 3888$$

۱۴) گزینه‌ی ۱ درست است.

تنها در صورتی t صفر خواهد شد که حداقل یکی از اعدادِ کنار سطرها صفر شود. برای محاسبه بهتر است که حالات متمم آن را محاسبه کنیم.

تعداد حالاتی که هیچ کدام از اعداد کنار سطرها صفر نشود، بدین معنی است که در هر سطر حداقل یک عدد ۱ داشته باشیم. یعنی تعداد حالات هر سطر برابر ۱۵ خواهد بود (همه‌ی حالات بجز اینکه همه‌ی خانه‌ها صفر باشند). پس کل حالات متمم برابر 15^4 می‌شود و جواب مسئله‌ی اصلی برابر خواهد بود با:

$$2^{16} - 15^4$$

۱۵) گزینه‌ی ۱ درست است.

با بررسی مدت زمان رسیدن به خانه‌های مختلف، خانه‌ی ۸۲ دورترین خانه از عروسک است که برای رسیدن به آن ۱۸ ثانیه زمان نیاز است و در نهایت در ثانیه‌ی ۱۹ام این خانه پر می‌شود. می‌توان به سادگی بررسی کرد که تمامی خانه‌های جدول در این زمان دارای عروسک هستند.

۱۶) گزینه‌ی ۱ درست است.
در صورتی که یک سه‌تایی ضایع نباشد دقیقا یکی از آنها دو نفر دیگر را برده است (برنده) و دقیقا یکی از آنها از دو نفر دیگر باخته است (چرا؟). به جای شمارش سه‌تایی‌های ضایع، متمم آنها را می‌شماریم.
هر سه‌تایی غیرضایع با دو برد برنده‌اش مشخص می‌شود. پس کافیست که تعداد جفت پیروزی‌های ممکن در مسابقات را بیابیم.
فرض کنید که تعداد بردهای نفر اول تا پانزدهم به ترتیب $d_1, \dots, d_{15}$ باشد. می‌دانیم مجموع این اعداد برابر تعداد مسابقات است (چون هر مسابقه دقیقا یک برنده دارد). در نتیجه تعداد زوج پیروزی‌ها برابر خواهد بود با:

$$\binom{d_1}{2} + \binom{d_2}{2} + \cdots + \binom{d_{15}}{2}$$

که می‌خواهیم این عدد را کمینه کنیم. تنها عدد غیرمعلوم در عبارت بالا مجموع مربعات این اعداد است که طبق نامساوی حسابی-مربعی مینیمم آن زمانی اتفاق می‌افتد که همگی آنها با یکدیگر برابر باشند (هرکس ۷ برد و ۷ باخت داشته باشد).

از طرفی یک مثال نیز برای چنین اعدادی وجود دارد. در صورتی که ۱۵ نفر را به ترتیب دور دایره قرار دهیم، هرکسی از ۷ نفر جلوی خود ببرد و از ۷ نفر قبل از خود ببازد این کار میسر می‌شود. به ازای این حالت تعداد سه‌تایی‌های ضایع برابر می‌شود با:

$$\binom{15}{3} - 15 \times \binom{7}{2} = 455 - 315 = 140$$

۱۷) گزینه‌ی ۴ درست است.
ابتدا وضعیت کیسه‌ها نسبت به یکدیگر را بدست می‌آوریم. در صورتی که تعداد کیسه‌های بیرونی فرد باشد، یکی از کیسه‌ها حاوی زوج توپ خواهد بود. در نتیجه تعداد کیسه‌های بیرونی دو تا خواهد بود و کیسه‌ی سوم درون یکی از آنها است. کیسه‌ی بیرونی که کیسه‌ای در آن نیست، می‌تواند ۱، ۳، ۵ یا ۷ توپ داشته باشد. همچنین توپ‌های باقی‌مانده در بین دو کیسه‌ی دیگر تقسیم می‌شوند (اگر توپ‌های باقیمانده به ترتیب ۷، ۵، ۳ و ۱ باشد به ۴، ۳، ۲ و ۱ حالت در این دو کیسه قرار می‌گیرد).
در نتیجه جواب نهایی برابر است با: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$
۱۸) گزینه‌ی ۱ درست است.
بر اساس تعداد دورهایی که در نهایت می‌زنیم تقسیم‌بندی می‌کنیم (تعداد دفعاتی که از A می‌گذریم:

- اگر یک دور بزنیم، هر دور کوچک را می‌توانیم صفر، یک یا دو بار طی کنیم. در نتیجه تعداد این حالات برابر 3^5 است.
- اگر دو دور بزنیم، در هر دور کوچک سه حالت ممکن است (یا اصلا دور کوچک را طی نمی‌کنیم، یا فقط در دور اول یا فقط در دور دوم آن را دور می‌زنیم). پس تعداد این حالات نیز 3^5 است.
- در نهایت اگر سه دور بزنیم، دنباله حرکات به صورت یکتا بدست می‌آید.

در نتیجه کل حالات برابر است با: $2 \times 3^5 + 1$.

۱۹) گزینه‌ی ۲ درست است.
اگر در دنباله یک عدد چهار بار استفاده شود، همان چهار عدد ناقض شرط مسئله هستند (چرا؟).
پس طول دنباله حداکثر $3n$ خواهد بود. در صورتی که از هر عدد سه بار استفاده شود و تمام اعداد یکسان در کنار هم آمده باشند به راحتی دیده می‌شود که شرط مسئله در آن صدق می‌کند:

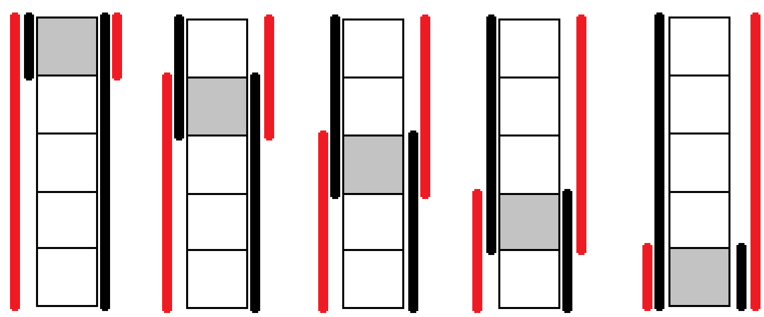
$111222 \ldots nnn$

۲۰) گزینه‌ی ۲ درست است.

برای محاسبه‌ی جواب کافیست به جای جمع زدن طول مسیرهای ممکن، برای هر خانه تعداد مسیرهایی که از آن می‌گذرند را محاسبه کنیم.
یک خانه را در نظر بگیرید. برای عبور از آن باید حتما از یک سطر با شماره‌ی بزرگتر مساوی (یا کوچکتر مساوی) این خانه وارد ستون آن شویم و از یک سطر با شماره‌ی کوچکتر مساوی (یا بزرگتر مساوی) این خانه از ستون آن خارج شویم. همچنین برای حرکت بین بقیه‌ی ستون‌ها محدودیتی وجود ندارد و در واقع برای رفتن از یک ستون به ستون بعدی ۵ انتخاب داریم. در نتیجه در هر صورت 5^4 حالت برای حالات مختلف مسیر در بقیه‌ی ستون‌ها وجود دارد.
از بین ۲۵ مسیر مختلفی که برای ورود و نهایتا خروج از این ستون وجود دارد، بسته به اینکه خانه‌ی مورد نظر در کدام سطر باشد تعداد مسیرهای گذرنده از آن متفاوت خواهد بود:

- اگر در سطر اول باشد: در ۹ حالت از این خانه می‌گذرد.
- اگر در سطر دوم باشد: در ۱۵ حالت از این خانه می‌گذرد.
- اگر در سطر سوم باشد: در ۱۷ حالت از این خانه می‌گذرد.
- اگر در سطر چهارم باشد: در ۱۵ حالت از این خانه می‌گذرد.
- اگر در سطر پنجم باشد: در ۹ حالت از این خانه می‌گذرد.

حالات مختلف مسیر در شکل زیر مشخص شده‌اند:



در نتیجه مجموع کل حالات برابر است با:

$$5^4 \times 5 \times (9 + 15 + 17 + 15 + 9) = 203125$$

۲۱) گزینه‌ی ۳ درست است.

در چهار مرحله با حرکات زیر می‌توان به هدف سوال رسید. فرض کنید که حمید نفر اول است.

مرحله‌ی اول: $(1,2)\quad(3,4)\quad(5,6)\quad(7,8)$

- هرکسی از دو خبر آگاه است.

مرحله‌ی دوم: $(1,3)\quad(2,4)\quad(5,7)\quad(6,8)$

- به جز 3 همگی از چهار خبر آگاهند.

مرحله‌ی سوم: $(1,5)\quad(2,6)\quad(3,7)\quad(4,8)$

- به جز 3 و 7 و 5 بقیه از همه‌ی اخبار آگاهند.

مرحله‌ی چهارم: (1,2) (3,4) (5,6) (7,8)

- تمامی افراد از همه‌ی اخبار آگاهند.

از طرفی با سه حرکت نمی‌توان به نتیجه رسید. زیرا پس از مرحله‌ی اول هرکس حداکثر دو خبر دارد. پس از مرحله‌ی دوم هرکس حداکثر ۴خبر دارد به جز کسی که با حمید جفت شده است که حداکثر دو خبر دارد. او در مرحله‌ی بعدی حداکثر ۴ خبر جدید می‌گیرد و بنابراین بعد از سه مرحله حداکثر ۶ خبر خواهد داشت.

۲۲) گزینه‌ی ۳ درست است.

در ابتدا تعداد یک‌های سطرها و همچنین ستون‌ها برابر مجموعه‌ی $\{1,2,3,4\}$ است. در هر مرحله اگر جای دو سطر (ستون) را عوض کنیم این مجموعه نه برای ستون‌ها و نه برای سطرها تغییری نمی‌کند.

از طرفی با حرکات ذکرشده هر جایگشتی از این مجموعه را می‌توان تولید کرد (چرا؟).

اگر جایگشت سطر و ستون‌ها را بدانیم، جدول به صورت یکتا مشخص می‌شود. چرا که اعداد سطر و ستون با شماره‌ی ۴ همه یک هستند و در نتیجه اعداد سطر و ستون با شماره‌ی ۱ نیز بدست می‌آید. پس از آن اعداد سطر و ستون با شماره‌ی ۳ و در نهایت بقیه اعداد بدست می‌آیند.

پس با توجه به نکات بالا تعداد جداول مختلف برابر است با:

$$(4!)^2 = 576$$

۲۳) گزینه‌ی ۳ درست است.

مستقل از اینکه دستگاه‌ها کفگیر باشند یا سقفگیر، همیشه تعداد اعداد 2^{1391} خواهد بود.

در واقع تعداد اعدادی که پس از i مرحله به ۱ ختم می‌شوند، 2^iتا است.

اگر پس از یک سقفگیر به عدد x برسیم، عدد قبلی $2\mathrm{x}-1$ یا $2\mathrm{x}$ بوده است.

اگر پس از یک کفگیر به عدد x برسیم، عدد قبلی $2\mathrm{x}+1$ یا $2\mathrm{x}$ بوده است.

نکته‌ی دیگر این است که در هر مرحله مجموعه‌ی جواب‌ها یک بازه است که در مرحله‌ی بعد این بازه دو برابر می‌شود (با استقرا ثابت کنید)

در نتیجه پس از ۱۳۹۱ مرحله 2^{1391} عدد مختلف خواهیم داشت.

۲۴) گزینه‌ی ۲ درست است.

می‌دانیم حداقل ۱۰ نفر بازنده نمی‌شوند. پس حداکثر ۹۰ نفر بازنده خواهند شد.

از طرفی نفر اول نام ۱۰ حیوان را می‌نویسد و هر فرد غیربازنده‌ای نام حداقل یک حیوان را می‌نویسد. پس حداقل ۹ نفر بازنده خواهیم داشت.

تمام اعداد بین ۹ تا ۹۰ قابل دستیابی است و می‌توان مثالی برای هریک یافت. در نتیجه جواب مسئله برابر ۸۲ است.

۲۵) گزینه‌ی ۴ درست است.

یک نفر در صورتی بازنده نیست که بتواند دقیقا نام ۱۰ حیوان مختلف را بنویسد. در نتیجه تعداد افرادی که بازنده نیستند عددی بین ۱ تا ۱۰ خواهد بود. به وضوح تمام حالات نیز با ارائه‌ی مثال قابل دستیابی هستند. در نتیجه جواب مسئله ۱۰ است.

۲۶) گزینه‌ی ۵ درست است.

هر نفر که نبازد نام دقیقا ۱۰ حیوان را خواهد نوشت. در نتیجه همیشه تعداد حیوانات روی تخته بر ۱۰ بخش‌پذیر است.

ولی می‌دانیم در انتها حالتی که ۱۰ حیوان روی تخته نوشته شده باشد اتفاق نمی‌افتد. چرا که در اینصورت ۹۹ نفر بعدی باید نام یکی از ۱۰ حیوان روی تخته را بداند. این بدان معنی است که نام این ۱۰ حیوان حداقل ۱۰۹ بار (۱۰ حیوان برای نفر اول و ۹۹ حیوان برای ۹۹ نفر بعدی) باید آمده باشد که با توجه به شرایط اولیه مسئله ممکن نیست.

پس تعداد حیوانات روی تخته ۹ عدد مختلف می‌تواند باشد. برای هرکدام از این حالات می‌توان مثالی یافت.

۲۷) گزینه‌ی ۴ درست است.

تنها در صورتی که دو تیله‌ی سفید بیرون آورده شود، دو تیله از کیسه حذف می‌شود. در نتیجه حداکثر ۱۱ بار این اتفاق خواهد افتاد. در بقیه حالات نیز یک تیله حذف می‌شود. در ابتدا ۵۵ تیله و در انتها حداکثر ۱ تیله خواهد ماند. در نتیجه حداقل ۴۳ مرحله نیاز است. اگر در ۱۱ مرحله‌ی اول تیله‌ی سفید از کیسه بیرون آید این حالت اتفاق می‌افتد.

از طرفی در انتها هیچ تیله‌ی سفیدی در کیسه نیست (چون تعداد تیله‌های سفید همواره زوج هستند). در نتیجه دقیقا ۱۱ بار دو تیله حذف شده است. در ابتدا ۵۵ تیله و در انتها می‌تواند تیله‌ای در کیسه نماند، پس حداکثر ۴۴ مرحله نیاز است. اگر تا زمانی که تیله‌ی سیاه در کیسه است تیله‌ی سفید و سیاه از کیسه بیرون آید این حالت اتفاق خواهد افتاد.

۲۸) گزینه‌ی ۴ درست است.

با توجه به روش ذکرشده در مرحله‌ی قبل دو حالت برای انتهای بازی وجود دارد:

- یک تیله‌ی سیاه در کیسه بماند.
- هیچ تیله‌ای در کیسه نماند.

در نتیجه در بین گزینه‌های سوال، تنها گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲۹) گزینه‌ی ۵ درست است.

سه عدد ۱، ۲ و ۵ باید رنگ‌آمیزی متفاوتی داشته باشند (۱ با ۵ و ۵ با ۲ مجاور است و اختلاف ۱ و ۲ یک واحد است). با سه رنگ نیز به ترتیب زیر می‌توان به هدف رسید.

$$< 1, 5, 2, 4, 6, 3 >$$

۳۰) گزینه‌ی ۵ درست است.

در صورتی عدد رنگی جایگشت ۲ خواهد بود که اعداد زوج به یک رنگ و اعداد فرد به رنگ دیگر باشند. در این صورت باید در جایگاه‌های زوج و در جایگاه‌های فرد رنگ‌های متمایزی باشند. در نتیجه اعداد زوج در یکی از این جایگاه‌ها و اعداد فرد در جایگاه دیگر باشند. پس تعداد این حالات برابر خواهد بود با:

$$2 \times (3!)^2 = 72$$

۳۱) گزینه‌ی ۴ درست است.

اگر به ترتیب از ابتدای جایگشت رنگ‌آمیزی کنیم، هر عدد یک همسایه قبل از خود دارد و دو عدد که با آن حداکثر یک واحد اختلاف دارند. پس اگر ۴ رنگ داشته باشیم، همواره می‌توان اعداد را رنگ کرد.

برای مثال زیر نیز حداقل ۴ رنگ مورد نیاز است:

$$< 2, 4, 1, 3, 5, 6, 7 >$$

۳۲) گزینه‌ی ۴ درست است.

فرض کنید گرافی داریم که راس‌هایش تپلوس‌ها و یال‌های آن، رابطه‌ی دشمنی بین دو نفر هستند. در اینصورت شرط سوال بدین معنی است که در هر سه‌تایی زوج یال وجود دارد.

با این تعاریف، ثابت می‌کنیم با ۶ راس نمی‌توان ۱۲ یال در گراف داشت و با ۷ راس یک مثال می‌آوریم.

برهان خلف. فرض کنید با ۶ راس بتوان چنین گرافی ساخت. مکمل گراف را در نظر بگیرید. در این گراف در هر سه‌تایی فرد یال داریم (چرا؟).

- اگر دو تا از این یال‌ها در یک راس اشتراک داشته باشند، باید یال سوم با آنها تشکیل یک مثلث دهد که در اینصورت سه راس دیگر صفر یال خواهند داشت و این ممکن نیست.
- اگر هیچ سه یالی در هیچ راسی اشتراک نداشته باشند، از هر یال، یک راس در نظر می‌گیریم و این سه راس در بین خود یالی ندارند که این ممکن نیست.

مثال برای ۷ راس: گرافی کامل دوبخشی با بخش‌های ۳ و ۴ عضوی در نظر بگیرید. این گراف شرایط مسئله را دارد و دارای ۱۲ یال است.

۳۳) گزینه‌ی ۲ درست است.

اگر وجود و یا عدم وجود یال‌های بین $(T_1, T_3), (T_1, T_6), (T_1, T_7), (T_1, T_8), (T_1, T_9)$ مشخص گردند بقیه یال‌ها به صورت یکتا تعیین خواهند شد. این یال‌ها نیز هرکدام به صورت مستقل ۲ حالت دارند. در نتیجه تعداد کل حالات برابر ۳۲ خواهد بود.

۳۴) گزینه‌ی ۴ درست است.

اگر قبیله‌ای به یکی از قبیله‌های همسایه‌ی خود حمله نکند آن را ایمن ساخته است.

مثالی وجود دارد که تمام قبیله‌ها ایمن خواهند شد. در این مثال هر قبیله دقیقا به یکی از قبایل همسایه‌ی خود حمله نمی‌کند.

می‌توان با استفاده از قبیله‌های شماره‌های ۳، قبیله‌های شماره ۴ را ایمن ساخت.

می‌توان با استفاده از قبیله‌های شماره‌های ۴، قبیله‌های شماره ۲ را ایمن ساخت.

می‌توان با استفاده از قبیله‌های شماره‌های ۲، قبیله‌های شماره ۳ را ایمن ساخت.

۳۵) گزینه‌ی ۲ درست است.

همانند روش قبل باید حداقل قبیله را انتخاب (ایمن) کنیم که هر قبیله‌ای با حداقل یکی از آنها همسایه باشد.

در صورتی که قبیله‌ها با شماره‌ی ۴ را انتخاب کنیم شرایط مسئله برآورده می‌شود.

اثبات می‌کنیم با کمتر از ۶ قبیله نمی‌توان به هدف رسید:

برهان خلف. فرض کنید که با انتخاب ۵ قبیله بتوان به مقصود سوال رسید. قبیله‌ها را مانند زیر تقسیم‌بندی کنید. طبق اصل لانه‌ی کبوتری از یک بخش قبیله‌ای انتخاب نمی‌شود (مثلا بخش بالا چپ). در نتیجه باید خانه‌ی A و یکی از قبیله‌های مجاورش (B یا C) را انتخاب نمود. به همین صورت باید یکی از قبیله‌های D یا E نیز انتخاب شود (که در هر صورت D انتخاب بهتری خواهد بود) همچنین یکی از همسایه‌های آن نیز باید انتخاب شود که در هر حال F انتخاب بهتری خواهد بود. در نتیجه در ادامه با انتخاب یک قبیله‌ی دیگر نمی‌توان شرایط را برآورده کرد. پس حداقل انتخاب ۶ قبیله لازم است.

در نتیجه حداکثر تعداد قبیله‌های تنها برابر ۱۲ خواهد بود.