

هشتمین المپیاد کامپیوتر

بهمن ۷۶

۱. در یک مجموعه تفریحی تمرین تیراندازی در نظر گرفته شده است. با هر بلیط می توان ۵ تیر شلیک کرد و به ازای هر تیر که به هدف بخورد، ۲ تیر دیگر جایزه داده می شود. علی با یک بلیط ۱۷ شلیک انجام داده است. او چند بار به هدف زده است؟

- (الف) ۳ بار
(ب) ۶ بار
(ج) ۱۲ بار
(د) ۱۵ بار
(ه) نمی توان به صورت یکتا تعیین کرد

۲. یک دانش آموز در چند امتحان هوش صد نمره ای شرکت کرده است. پس از آخرین امتحان، دانش آموز با خودش حساب کرده که اگر در آخرین امتحان ۹۷ بگیرم، میانگین نمره های من ۹۰ و اگر ۷۳ بگیرم میانگین ۸۷ خواهد بود. او چند بار امتحان داده است؟

- (الف) ۴ بار
(ب) ۵ بار
(ج) ۶ بار
(د) ۷ بار
(ه) ۸ بار

۳. یک دنباله از عددها به این صورت ساخته می شود: عدد اول این دنباله برابر با ۱ و پس از آن هر عدد برابر با مجموع عددهای قبل از خودش به اضافه یک است. n امین عنصر این دنباله برابر با چند است؟

- (الف) n
(ب) $2n - 1$
(ج) $2^n - 1$
(د) 2^n
(ه) 2^{n-1}

۴. مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 100\}$ مفروض است.

a: به چند طریق می توان دو عدد صحیح از مجموعه A انتخاب کرد که مجموع آنها عددی زوج باشد؟

b: به چند طریق می توان دو عدد صحیح از مجموعه A انتخاب کرد که مجموع آنها عددی فرد باشد؟

(الف) a: ۲۵۰۰, b: ۲۵۰۰ (ب) a: ۲۵۰۰, b: ۲۴۵۰ (ج) a: ۲۴۵۰, b: ۲۴۵۰

(د) a: ۲۴۵۰, b: ۲۵۰۰ (ه) هیچ کدام

۵. به چند طریق می توان جدول نیمه پر روبه رو را با عددهای ۱ تا ۴

طوری پر کرد که در هیچ سطر و ستونی عدد تکراری نداشته باشیم؟

۱	۲		
	۱	۲	
		۱	

(ج) ۲

(ب) ۱

(الف) ۰

(ه) ۴!

(د) ۳

۶. از میان عددهای زیر حداکثر چند عدد را می توان انتخاب کرد به صورتی که میانگین عددهای انتخاب شده

بزرگ تر یا مساوی ۱۵ باشد؟

۲۱, ۱۴, ۱۳, ۱۷, ۱۵, ۱۶, ۲۳, ۱۲, ۸, ۱۱, ۱۲, ۹, ۵, ۴, ۱۶, ۲, ۱۴, ۱۵, ۱۸, ۸, ۳, ۱۶

(ه) ۱۷

(د) ۱۶

(ج) ۱۵

(ب) ۱۴

(الف) ۱۳

۷. از مجموعه $\{1, 2, \dots, 6\}$ چند زیرمجموعه می توان انتخاب کرد که شامل دو عضو متوالی نباشد؟

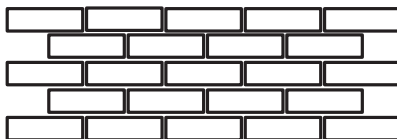
(ج) ۳۶

(ب) ۲۰

(الف) ۳۵

(ه) ۲۱

(د) ۱۵



۸. یک آجر در صورتی می افتد که هیچ آجر یا نیمه آجر در

زیر آن نباشد. در شکل روبه رو حداکثر چند آجر می توان

برداشت به صورتی که آجرهای بالایی پایدار بمانند؟ (بدیهی

است حق برداشتن آجرهای بالایی را نداریم.)

(ج) ۹

(ب) ۸

(الف) ۷

(ه) ۱۲

(د) ۱۰

۹. یک کشاورز پنج نوع محصول می‌کارد: لوبیا، ذرت، کلم، کدو و نخود. او در هر سال دقیقاً سه محصول براساس قوانین زیر می‌کارد:

- اگر ذرت بکارد حتماً لوبیا هم می‌کارد.
 - در هیچ دو سال متوالی‌ای کلم کشت نمی‌کند.
 - در هر سال بیش از یکی از محصولات سال قبل را دوباره کشت نمی‌کند.
- اگر او در سال اول لوبیا، ذرت و کلم بکارد، در سال سوم کدام یک از ترکیبات زیر را باید بکارد؟
- الف) نخود، ذرت، لوبیا ب) نخود، کلم، لوبیا ج) کدو، نخود، لوبیا
د) کدو، نخود، کلم ه) کلم، ذرت، لوبیا

۱۰. ۱۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۰ برای پر کردن سطل خود در مقابل یک شیر آب صف کشیده‌اند. به محض این که سطل فردی که در جلوی شیر آب است پر می‌شود، او به کنار می‌رود و نفر بعدی در صف جای او را می‌گیرد. فرض کنید سطل نفر ۱ام به اندازه‌ای است که پر کردن آن ۱ دقیقه طول می‌کشد. مدت زمانی که نفر ۱ام در صف و جلوی شیر آب معطل می‌شود تا سطل خود را پر کند را «زمان معطلی» نفر ۱ام می‌نامیم. کدام یک از گزینه‌های زیر در باره مجموع زمان معطلی ۱۰ نفر درست است؟

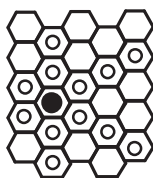
- الف) افراد می‌توانند به ترتیبی در صف بایستند که مجموع زمان‌های معطلی کمتر از ۳/۵ ساعت باشد
- ب) افراد می‌توانند به ترتیبی در صف بایستند که مجموع زمان‌های معطلی بیشتر از ۷ ساعت باشد
- ج) اگر افراد به ترتیب شماره‌هایشان (نفر ۱ اول) در صف بایستند مجموع زمان‌های معطلی کمینه (حداقل) است
- د) اگر افراد به ترتیب عکس شماره‌هایشان (نفر ۱ آخر) در صف بایستند مجموع زمان‌های معطلی کمینه است
- ه) به هر ترتیبی که افراد در صف بایستند مجموع زمان‌های معطلی تغییر نخواهد کرد

۱۱. در سرزمین عجایب چهار نوع آدم وجود دارد: درست‌کارِ باهوش، درست‌کارِ احمق، تبه‌کارِ باهوش و تبه‌کارِ احمق. آدم‌های درست‌کارِ باهوش و آدم‌های تبه‌کارِ احمق همواره راست می‌گویند. آدم‌های درست‌کارِ احمق و آدم‌های تبه‌کارِ باهوش همواره دروغ می‌گویند. به یک نفر از این سرزمین بر می‌خوریم. او به ما جمله‌ای می‌گوید که

با استفاده از این جمله می‌توانیم تعیین کنیم که او دقیقاً از چه نوعی است. این جمله چه می‌تواند باشد؟
 الف) من احمق هستم ب) من درست‌کارِ احمق هستم ج) من درست‌کارِ باهوش هستم
 د) من تبه‌کار هستم ه) ب و د

۱۲. در سرزمین عجایب، که در مسأله قبل معرفی شد، به دو نفر به نام‌های A و B برخوردیم. A به من چیزی گفت که نفهمیدم. B گفت: «A می‌گوید که یک درست‌کارِ احمق یا یک تبه‌کارِ باهوش است.» A با اعتراض گفت: «من این را نگفتم!» B گفت: «A تبه‌کار است.» و A در جواب گفت: «B احمق است!» با توجه به این مکالمات، A و B هر کدام از چه نوعی هستند؟

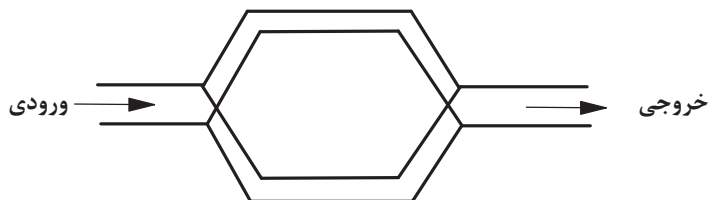
الف) با این اطلاعات نمی‌توان به‌طور دقیق نوع A و B را مشخص کرد
 ب) A یک تبه‌کارِ احمق و B یک درست‌کارِ احمق است
 ج) A یک درست‌کارِ باهوش و B یک تبه‌کارِ باهوش است
 د) A یک تبه‌کارِ احمق و B یک درست‌کارِ احمق است
 ه) A یک درست‌کارِ باهوش و B یک درست‌کارِ احمق است



۱۳. شکل مقابل را در نظر بگیرید. مهره سیاه یک وزیر در این صفحه است و خانه‌هایی که تهدید می‌کند با دایره‌های توخالی مشخص شده‌اند. حداقل چند وزیر لازم است تا بتوان آنها را طوری در صفحه چید که همه خانه‌ها را تهدید کنند؟

الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵ ه) ۶

۱۴. در یک ایستگاه قطار، ریل‌ها به شکل زیر هستند:



همه ریل‌ها از سمت چپ به راست یک طرفه هستند. ۵ قطار با شماره‌های ۱ تا ۵ به ترتیب ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ از ورودی وارد این ریل‌ها می‌شوند. قطارها می‌توانند هر یک از دو راه رسیدن به خروجی را انتخاب کنند و همچنین می‌توانند

مدتی روی ریل منتظر بمانند، ولی نمی‌توانند از روی هم عبور کنند. همچنین هر دو ریل به اندازه کافی طولانی هستند و می‌توانند هر تعداد لازم قطار را در خود جا دهند. کدام ترتیب برای خروج این قطارها ممکن نیست؟

- (الف) ۴, ۱, ۲, ۵, ۳
 (ب) ۴, ۲, ۱, ۳, ۵
 (ج) ۲, ۳, ۴, ۵, ۱
 (د) ۲, ۳, ۵, ۱, ۴
 (ه) ۳, ۴, ۱, ۵, ۲

۱۵. n دایره در صفحه رسم شده است. با رسم دایره بعدی تعداد نواحی ایجاد شده در صفحه توسط این دایره‌ها حداکثر چه قدر می‌تواند افزایش می‌یابد؟

- (الف) n
 (ب) $2n - 1$
 (ج) $n + 1$
 (د) $2n$
 (ه) $2n + 1$

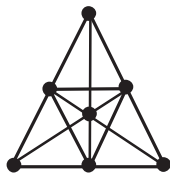
۱۶. یک دانش‌آموز به‌عنوان جریمه باید عددهای بین ۱۰۰۰ و ۱۹۹۹ را دوبه‌دو با هم جمع کند. (یعنی برای هر x که $1000 \leq x \leq 1999$ و هر y که $1000 \leq y \leq 1999$ باید یک بار $x + y$ را محاسبه کند.) این دانش‌آموز هنگام جمع ده بر یک را منظور نمی‌کند. در چه تعداد از جمع‌ها جواب درست به‌دست می‌آورد.

- (الف) 55^3
 (ب) 45^3
 (ج) 36^3
 (د) $\binom{1000}{2} - 36^3$
 (ه) $\binom{1000}{2} - 55^3$

۱۷. در یک روش عددنویسی، ۱۹ رقم وجود دارد. ارقام ۰ تا ۹ و ۱ تا ۹ که به ترتیب دارای ارزش ۱- تا ۹- است. مثلاً ۱۳۷۶ را می‌توان به‌صورت $14\bar{2}\bar{4}$ و نیز $18\bar{6}\bar{2}\bar{4}$ نمایش داد. (چون $1 \times 1000 + 4 \times 100 - 2 \times 10 - 4 \times 1 = 1376$ و $1 \times 10000 - 8 \times 1000 - 6 \times 100 - 2 \times 10 - 4 \times 1 = 1376$)

تعداد همه نمایش‌های عدد ۲۵، با حداکثر ۳ رقم چندتاست؟

- (الف) ۱
 (ب) ۲
 (ج) ۳
 (د) ۴
 (ه) ۵



۱۸. در شکل مقابل چند مثلث وجود دارد که هر سه رأس آن نقاط پررنگ است؟

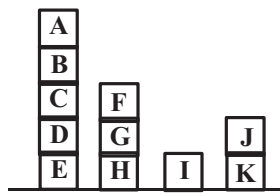
- (الف) ۱۱
 (ب) ۱۷
 (ج) ۲۰
 (د) ۲۹
 (ه) ۳۵

۱۹. از هر یک از شهرهای یک استان، به جز یکی که فقط یک جاده دارد، دقیقاً سه جاده خارج شده است. تعداد شهرهای این استان کدام یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟

- الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶
د) ۹ (ه) ۱۳۷۷

۲۰. تعداد ۱۱ مکعب «متمایز» مطابق شکل زیر روی یک میز قرار گرفته‌اند. یک روبات (آدم آهنی) می‌تواند در هر

«حرکت» یک مکعب که رویش چیزی قرار ندارد را به روی میز یا روی یک مکعب دیگر منتقل کند. اگر هدف تغییر آرایش مکعب‌ها به یک صورت جدید (دلخواه) باشد، با حداقل چند «حرکت» می‌توانیم مطمئن باشیم که روبات می‌تواند مکعب‌ها را به هر آرایش جدید (که دلخواه



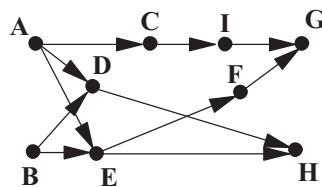
است و مشخص) در آورد؟

- الف) ۲۴ (ب) ۱۷ (ج) ۱۴
د) ۱۱ (ه) ۲۲

۲۱. دانش‌آموزی برای فارغ‌التحصیل شدن باید ۹ درس را بگذراند. برخی از این درس‌ها پیش‌نیاز هم هستند که این روابط پیش‌نیازی به صورت « $A \bullet \longrightarrow \bullet B$ » نمایش داده می‌شوند؛ به این معنی که A پیش‌نیاز B است و باید قبل از آن گذرانده شود. شکل زیر روابط پیش‌نیازی بین ۹ درس را نشان می‌دهد.

اگر این دانش‌آموز در هر ترم حداکثر سه درس را بگذراند به چند صورت می‌تواند در طی ۴ ترم فارغ‌التحصیل

شود؟



- الف) ۱
ب) ۲
ج) ۳
د) ۴
ه) ۵

۲۲. A یک ماتریس ۱۰×۵ است که مقدار درایه‌های سطر اول آن برابر با یک و مقدار بقیه درایه‌های ستون اول و ستون پنجم آن برابر با صفر است و مقدار بقیه درایه‌های آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A_{ij} = \frac{1}{4} (A_{i-1, j-1} + A_{i-1, j+1}) \quad , \quad 2 \leq i \leq 10 \quad , \quad 2 \leq j \leq 4$$

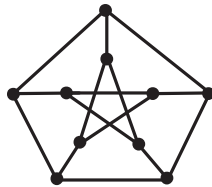
مقدار درایه‌های سطر نهم این ماتریس چه خواهد بود؟

(الف) $\frac{1}{16} \frac{1}{16} \frac{1}{16}$ (ب) $\frac{1}{16} \frac{1}{8} \frac{1}{16}$ (ج) $\frac{1}{16} \frac{1}{8} \frac{1}{4}$

(د) $\frac{1}{29} \frac{1}{29} \frac{1}{29}$ (ه) $\frac{1}{29} \frac{1}{28} \frac{1}{29}$

۲۳. رشته $babababba$ را در نظر بگیرید. در هر مرحله می‌توانیم دو حرف متوالی از این رشته را با هم جابه‌جا کنیم. حداقل تعداد مراحل لازم برای این که بتوانیم به رشته‌ای برسیم که در آن همه a ها در کنار هم و همه b ها نیز در کنار هم قرار گرفته باشند، چند مرحله است؟

(الف) ۸ (ب) ۹ (ج) ۱۰ (د) ۱۱ (ه) ۱۲

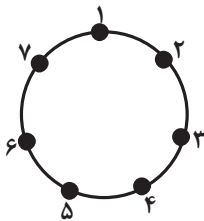


۲۴. برای رسم شکل مقابل حداقل چند بار باید در حین رسم،

قلم را از روی کاغذ برداشت؟

(الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۶ (ه) ۷

۲۵. فرض کنید که شهرهای ۱ تا ۷ دور دایره‌ای به وسیله ۷ جاده مانند شکل مقابل به هم وصل شده‌اند. حداکثر چند



جاده دیگر می‌توان بین این شهرها کشید به طوری که هیچ دو جاده‌ای

همدیگر را قطع نکنند و بین هر دو شهر حداکثر یک جاده وجود داشته

باشد. (جاده‌ها را می‌توان هم در داخل دایره و هم در خارج آن کشید.)

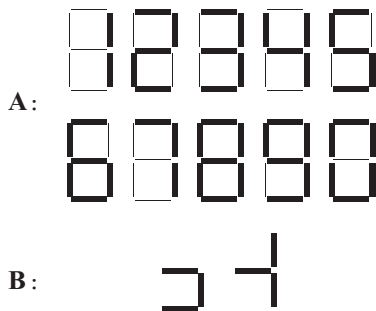
(الف) ۶ (ب) ۷ (ج) ۸ (د) ۹ (ه) ۱۰

۲۶. می‌خواهیم در عبارت زیر سه تا از ۶ علامت ضرب را به جمع تبدیل کنیم، به طوری که مقدار A مینیمم شود.

$$A = ۵ \times ۶ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۷ \times ۸$$

(الف) ۶۰ (ب) ۸۴ (ج) ۷۹ (د) ۶۹ (ه) ۶۴

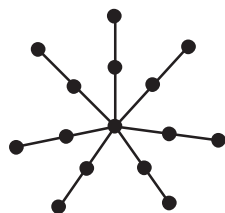
۲۷. یک دستگاه نمایش اعداد از ۷ پاره خط تشکیل شده که با روشن کردن چراغ‌های مشخص شده در شکل «A»



ارقام 0 تا 9 را نشان می‌دهد. برای نمایش اعداد 00 تا 59 از یک نمایش دهنده دو رقمی استفاده می‌کنیم. متأسفانه چراغ بعضی از پاره خط‌ها سوخته است. حال اگر دستگاه شکل «B» را نمایش دهد عدد واقعی آن چند حالت متفاوت دارد؟

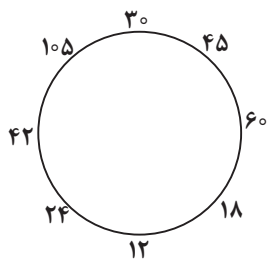
- (الف) ۸ (ب) ۹ (ج) ۱۲
(د) ۶ (ه) ۲۰

۲۸. شکل مقابل نقشه خیابان‌های یک شهر است. نقاط سیاه مراکز پلیس و خطوط خیابان‌های شهر هستند. به علت ازدیاد مراکز پلیس وزارت کشور باید مجموعه‌ای از مراکز پلیس شهر را غیرفعال کند به گونه‌ای که اولاً هیچ



خیابانی وجود نداشته باشد که هر دو مرکز پلیس دو سرش غیر فعال شده باشد، و ثانیاً اگر حتی یک مرکز دیگر به آن مجموعه اضافه شود آنگاه خیابانی وجود داشته باشد که مراکز پلیس هر دو سرش غیر فعال شده باشد. وزارت کشور به چند طریق می‌تواند این مجموعه را انتخاب کند؟

- (الف) ۱۲۹ (ب) ۷ (ج) ۸
(د) ۱۲۸ (ه) ۶۴



۲۹. مطابق شکل به ترتیب اعداد ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۱۸، ۱۲، ۲۴، ۴۲ و ۱۰۵ دور دایره‌ای نوشته شده‌اند. در هر مرحله بین هر دو عدد روی دایره بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک آنها را می‌نویسیم و سپس همه اعداد مرحله قبل را پاک می‌کنیم. اگر ۱۳۷۶ بار عمل فوق را انجام دهیم مجموع اعداد باقی‌مانده چند است؟

- (الف) ۳۳۶ (ب) ۱۶۸ (ج) ۲۴
(د) ۷۲ (ه) ۱۰۰

۳۰. میوه‌فروشی می‌خواهد مقداری میوه برای فروش بخرد. دو نوع میوه موجود است: پرتقال و سیب. قیمت خرید هر کیلو پرتقال ۲۰۰ تومان و قیمت فروش آن ۲۳۰ تومان است. قیمت خرید هر کیلو سیب هم ۱۰۰ تومان و قیمت فروش آن ۱۲۰ تومان است. میوه‌فروش می‌خواهد حداکثر به اندازه ۱۶۰۰۰ تومان خرید کند. همچنین به خاطر مشکل حمل و نقل، او حداکثر می‌تواند مجموعاً به اندازه ۱۰۰ کیلو جنس بخرد. حداکثر مقدار سودی که میوه‌فروش می‌تواند از فروش جنس‌هایی که می‌خرد ببرد چند تومان است؟

- (الف) ۲۶۰۰ (ب) ۲۵۰۰ (ج) ۳۰۰۰
(د) ۲۴۰۰ (ه) ۲۳۳۳

۳۱. پنج تیم دوبه‌دو فوتبال بازی می‌کنند. در هر بازی برنده ۳ امتیاز و بازنده صفر امتیاز و در صورت تساوی، هر تیم یک امتیاز به دست می‌آورد. در پایان، فدراسیون امتیاز تیم‌ها را اعلام می‌کند. از دنباله‌های زیر کدام می‌توانند دنباله امتیازات تیم‌ها باشند؟

- (I) ۱, ۱, ۶, ۹, ۱۲ (II) ۳, ۳, ۴, ۷, ۱۰ (III) ۲, ۳, ۶, ۸, ۱۰
(الف) فقط I (ب) فقط I و II (ج) فقط I و III
(د) فقط II (ه) هر سه

۳۲. وسط‌های اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع را به هم وصل می‌کنیم تا مثلث متساوی‌الاضلاع دیگری در وسط آن ایجاد شود. در وسط این مثلث نیز به همان ترتیب مثلث متساوی‌الاضلاع دیگری ایجاد می‌کنیم و این کار را n بار انجام می‌دهیم. می‌دانیم که در شکل حاصل مجموعاً ۴۵ مثلث می‌توان شمرد. n برابر است با:

- (الف) ۹ (ب) ۱۰ (ج) ۱۱ (د) ۱۲ (ه) ۲۲

۳۳. تمام عددهای سه رقمی که رقم صفر ندارند را با هم جمع می‌زنیم. حاصل جمع در کدام محدوده قرار دارد؟
(الف) ۳۲۰۰۰۱ تا ۳۳۰۰۰۰ (ب) ۳۸۰۰۰۱ تا ۳۹۰۰۰۰ (ج) ۴۰۰۰۰۱ تا ۴۱۰۰۰۰
(د) ۴۱۰۰۰۱ تا ۴۲۰۰۰۰ (ه) ۴۳۰۰۰۱ تا ۴۴۰۰۰۰

۳۴. برای ثبت نام در یک مدرسه متقاضی باید سه کار انجام دهد: ملاقات با مدیر، دریافت فرم از دفتر، و دریافت توصیه‌نامه از معلم A یا B. ترتیب انجام کارها باید به گونه‌ای باشد که قبل از گرفتن فرم، مدیر را ملاقات کرده باشد.

مدیر در روزهای شنبه صبح و سه‌شنبه بعد از ظهر و چهارشنبه بعد از ظهر حضور دارد. دفتر روزهای سه‌شنبه صبح چهارشنبه صبح و شنبه بعد از ظهر و پنج‌شنبه بعد از ظهر باز است. معلم A روزهای دوشنبه صبح و چهارشنبه صبح و معلم B روزهای شنبه صبح و دوشنبه بعد از ظهر حضور دارند.

علی ثبت نام خود را در یک روز کامل کرده است. از جملات زیر کدامها درست‌اند؟

(I) توصیه‌نامه را از معلم A گرفته است.

(II) توصیه‌نامه را از معلم B گرفته است.

(III) کلیه مراحل ثبت نام را در صبح انجام داده است.

(الف) فقط I (ب) فقط II (ج) فقط III (د) فقط I و III (ه) فقط II و III

۳۵. در همان مسأله قبل، حامد پس از ملاقات با مدیر، می‌خواهد در یک روز سایر کارها را انجام دهد. این کار در کدام‌یک از روزهای زیر امکان‌پذیر است؟

(الف) شنبه (ب) دوشنبه و چهارشنبه (ج) شنبه و دوشنبه

(د) شنبه و چهارشنبه (ه) شنبه و دوشنبه و چهارشنبه

R			R	۲
L	S	L	R	L
	L	S	L	L
۱	R		R	

۳۶. در جدول روبه‌رو، یک نفر در ابتدا در خانه ۱ است. حرکت کردن در این

جدول براساس قواعد زیر است: (منظور از یک حرکت، رفتن از یک خانه به

خانه مجاورش است).

● اگر به خانه‌ای که در آن R نوشته شده است وارد شود، باید در حرکت بعد به سمت راست بپیچد. (سمت

راست و چپ نسبت به مسیر خودش محاسبه می‌شود).

● اگر به خانه‌ای که در آن L نوشته شده است وارد شود، باید در حرکت بعد به سمت چپ بپیچد.

● اگر به خانه‌ای که در آن S نوشته شده است وارد شود، باید در حرکت بعد مستقیم به حرکت خود ادامه دهد.

● اگر به خانه‌ای خالی وارد شود، در حرکت بعد می‌تواند به هر یک از چار خانه مجاورش برود.

توجه کنید که این فرد هیچ‌گاه نباید از جدول خارج شود. حداقل تعداد حرکات لازم برای رسیدن به خانه ۲

چندتاست؟

(ج) ۱۱

(ب) ۹

(الف) ۷

(ه) ممکن نیست

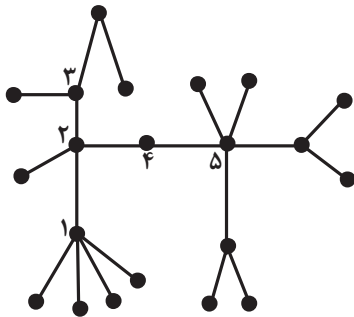
(د) ۱۳

۳۷. برای نمایش یک عدد فقط مجاز به استفاده از رقم ۱، عمل جمع و توان هستیم. استفاده از پرانتز فقط برای دسته‌بندی مجاز است. مثلاً $1 + (1+1)^{(1+1)}$ یک نمایش عدد ۵ است. برای نمایش عدد ۳۵ حداقل چند ۱ لازم است؟

- الف) ۹ ب) ۱۰ ج) ۱۱
د) ۱۲ ه) ۱۳

۳۸. قطعه شکلاتی به طول m و به عرض n به صورتی شیار داده شده که به واحدهای 1×1 تقسیم شده است. در صورتی که یک قطعه شکلات را از روی یکی از خطوط عمودی یا افقی به دو قطعه تقسیم کنیم می‌گوییم که آن را «شکسته‌ایم». اگر برای تبدیل قطعه اولیه به قطعات 1×1 ، حداکثر تعداد شکستن لازم را B و حداقل آن را b نمایش دهیم کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف) $B = mn$ ، $b = mn - 1$ ب) $b = B = mn - 1$
ج) $B = mn - 1$ ، $b = m + n - 1$ د) $B = mn$ ، $b = m + n - 1$
ه) $B = (m - 1)(n - 1)$ ، $b = m + n - 2$



۳۹. نقشه چند روستا و راه‌های بین آنها به صورت روبه‌رو داده شده است. قرار است چاه آبی در یکی از این روستاها برای استفاده مشترک همه آنها ساخته شود. با توجه به این که طول همه راه‌ها مساوی است، چاه در کدام روستا ساخته شود تا مجموع فواصل طی شده از همه روستاها به چاه کمترین باشد؟

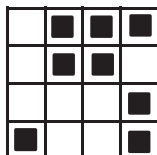
- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳
د) ۴ ه) ۵

۴۰. یک مهره شاه در صفحه شطرنجی تمام ۸ خانه اطراف خود را تهدید می‌کند. به چند طریق می‌توان ۳ مهره غیر

متمايز شاه را در یک صفحه 3×3 قرار داد به قسمی که هیچ کدام همدیگر را تهدید نکنند؟

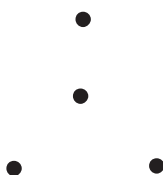
- الف) ۵ ب) ۷ ج) ۹
د) ۸ ه) ۱۰

سؤال‌های بله - خیر (۲۰ سؤال)

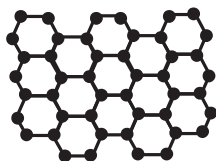


۴۱. خانه‌های جدول مقابل را می‌خواهیم با عددهای ۱ تا ۳ چنان پر کنیم که در هر سطر (و همچنین در هر ستون) اگر مثلاً k تا خانه خالی وجود دارد، عددهای ۱ تا k (البته نه لزوماً به همین ترتیب) قرار بگیرند. آیا این عمل امکان‌پذیر است؟

۴۲. چهار نقطه زیر را در نظر بگیرید. دو نفر به نام‌های اکبر و باقر به ترتیب زیر با هم بازی می‌کنند. ابتدا اکبر شروع به بازی می‌کند و پس از آن یک در میان به نوبت بازی می‌کنند. هر یک از دو بازی کن در نوبت خودش بین دو نقطه دلخواه که تا حالا به هم وصل نشده‌اند یک پاره خط راست می‌کشد. اولین کسی که باعث ایجاد یک مثلث در شکل بشود بازنده است. آیا اکبر می‌تواند چنان حرکت کند که همیشه بازی را برود؟



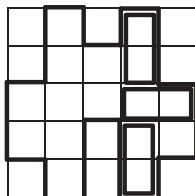
۴۳. ۶ سکه در یک ردیف قرار داده شده‌اند. وضعیت پشت و رو بودن هر یک از سکه‌ها دلخواه است. در هر مرحله می‌توانیم ۵ تا از این سکه‌ها را به دلخواه انتخاب کرده، هر پنج تا را برگردانیم. آیا با تکرار این عمل می‌توانیم هر ۶ سکه را به طرف پشت برگردانیم؟



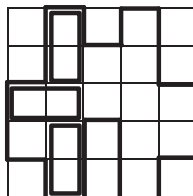
۴۴. در شبکه روبه‌رو آیا می‌توانیم از یک رأس (دایره‌های سیاه) شروع کنیم و مسیری را طی کنیم که در آن از هر یک از رأس‌های دیگر دقیقاً یک بار بگذریم و دوباره به همان رأس اولیه برسیم؟

۴۵. در شکل «الف» می‌بینید که سه صابون در دیواره‌ها محصور شده‌اند. می‌خواهیم وضعیت را به حالت «ب» تبدیل کنیم. برای این کار حق داریم به صابون‌ها در جهت‌های افقی و یا عمودی ضربه بزنیم. صابون‌ها در جهت ضربه حرکت می‌کنند تا به یک مانع (دیوار یا صابون دیگر) برسند و سپس می‌ایستند. دقت کنید که

صابون‌ها حق دوران ندارند. آیا می‌توان این کار را انجام داد؟



ب



الف

۴۶. ۱۳۷۶ سنگریزه و دو بازی‌کن داریم. هر بازی‌کن در نوبت خود می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۴ سنگریزه برای خود بردارد.

کسی که آخرین سنگریزه را بردارد برنده است. آیا فرد دوم می‌تواند طوری بازی کند که حتماً برنده شود؟

۴۷. ۵ نفر با وزن‌های ۸۰، ۸۰، ۴۰، ۳۰ و ۲۰ کیلوگرم در یک طرف رودخانه ایستاده‌اند و قایقی دارند که ظرفیت آن

۸۰ کیلوگرم است. آیا آنها می‌توانند با استفاده از این قایق به سوی دیگر رودخانه بروند؟ (در هر بار رد شدن قایق از

رودخانه باید حداقل یک نفر برای هدایت آن در قایق باشد.)

۴۸. در کشوری تعدادی شهر وجود دارد و بعضی از شهرها با جاده به هم متصل شده‌اند. می‌خواهیم به هر یک از این

شهرها یک مجموعه از عددهای صحیح را نسبت دهیم، به طوری که مجموعه‌های نسبت داده شده به هر دو شهری

که به هم با یک جاده به طور مستقیم متصل‌اند با هم اشتراک ناتهی داشته باشند و اشتراک مجموعه‌های نسبت

داده شده به هر دو شهری که با جاده‌ای به صورت مستقیم به هم متصل نیستند، تهی باشد. آیا این کار همواره

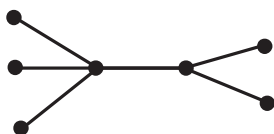
ممکن است؟

۴۹. یک ردیف از عددهای ۱ تا ۱۰ به ما داده شده است. دو عمل زیر را می‌توانیم بر روی هر ردیف انجام دهیم:

● عنصر اول و دوم ردیف را جابه‌جا کنیم.

● عنصر اول ردیف را برداشته، آن را در آخر ردیف قرار دهیم.

آیا با استفاده از دو عمل فوق، می‌توانیم ردیف داده شده را مرتب کنیم؟



۵۰. آیا می‌توان به رئوس شکل روبه‌رو اعداد از ۰ تا ۶ را طوری نسبت

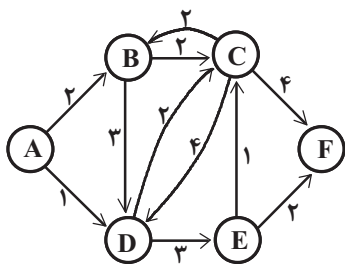
داد که به‌ازای هر یک از اعداد ۱ تا ۶، پاره‌خطی وجود داشته باشد که

قدر مطلق تفاضل دو سر آن مساوی عدد موردنظر باشد؟

۵۱. رشتهٔ اعداد طبیعی را از ۱ شروع کرده و با هم جمع می‌زنیم. آیا ممکن است پس از جمع کردن چند عدد، به مجموعی سه رقمی با ارقام یکسان برسیم؟

۵۲. در یک مدرسه میانگین نمرات دانش‌آموزان سال سوم بیشتر از میانگین نمرات دانش‌آموزان سال چهارم است. در مدرسهٔ دیگری هم میانگین نمرات دانش‌آموزان سال سوم بیشتر از میانگین نمرات دانش‌آموزان سال چهارم است. میانگین دانش‌آموزان سال سوم و چهارم را در مجموع هر دو مدرسه با هم حساب کرده‌ایم. در این جا میانگین نمرات دانش‌آموزان سال چهارم از سوم بیشتر شده است. آیا حتماً در محاسبات اشتباه کرده‌ایم؟

۵۳. شهرهای A و B و C و D و E و F در شکل توسط خیابان‌های یک‌طرفه‌ای که هر یک را با یک پیکان نشان داده‌ایم به هم وصل شده‌اند. مقدار مصرف بنزین برای عبور از یک خیابان عددی است که روی آن خیابان نوشته شده است. آیا می‌توان سفری را از رأس A شروع کرد و با عبور از خیابان‌ها و مصرف دقیقاً ۲۱ واحد بنزین به شهر F رسید؟



۵۴. جدول 3×3 ی روبه‌رو با عددهای صحیح پر شده است. در هر مرحله می‌توانیم به دو خانهٔ مجاور در این جدول یک عدد صحیح اضافه نموده و یا از آنها یک عدد صحیح را کم کنیم. آیا با این روش می‌توان تمام خانه‌های این جدول را صفر نمود؟

۰	۳	۲
۴	۵	۲
۴	۷	۳

۵۵. در یک میهمانی ۷ نفر حضور دارند. می‌دانیم که هر نفر حداقل با سه نفر دیگر آشناست. آیا همواره می‌توان این ۷ نفر را به گونه‌ای دور یک میز نشانند که هر دو نفری که در کنار هم نشستند با هم آشنا باشند؟

۵۶. دو گروه از افراد که هر گروه دارای سه نفر است و برای هر فرد یک مجموعهٔ ۲ عضوی از عددهای طبیعی اختصاص داده شده است را در نظر می‌گیریم. هر فرد می‌تواند یکی از این دو عدد اختصاص یافته به خود را انتخاب کند. می‌خواهیم انتخاب‌ها چنان باشد که هیچ دو نفری از دو گروه متفاوت عددهای یکسانی را انتخاب نکرده باشند. آیا این کار همواره ممکن است؟

۵۷. ۲۰ تیم به صورت دوره‌ای با هم بازی کرده‌اند. یعنی هر دو تیمی با هم دقیقاً یک بازی انجام داده‌اند. یک ترتیب دلخواه از این تیم‌ها را در نظر می‌گیریم. اگر در این ترتیب دو تیم متوالی X و Y (به ترتیب) باشند که X از Y باخته باشد، جای X و Y را عوض می‌کنیم. آیا این عمل می‌تواند تا بی‌نهایت ادامه داشته باشد؟

۵۸. یک ماشین در اختیار داریم که یک عدد را به عنوان ورودی دریافت می‌کند و پس از دریافت این عدد، یک عدد را به عنوان خروجی می‌دهد. می‌دانیم که گزاره‌های زیر برقرارند. منظور از \overline{MN} در این جا این است که دو عدد M و N را پشت سر هم بنویسیم. برای مثال اگر $M = ۲۷۳$ و $N = ۱۲۳۴$ باشد، $\overline{MN} = ۲۷۳۱۲۳۴$ است.

● اگر ورودی، $\overline{۲N}$ باشد، خروجی N خواهد بود.

● اگر خروجی ماشین به‌ازای ورودی M ، عدد N باشد، خروجی ماشین به‌ازای ورودی $\overline{۳M}$ ، عدد $\overline{N۲N}$ است.

آیا عددی وجود دارد که اگر آن را به عنوان ورودی به ماشین بدهیم، همان عدد را به عنوان خروجی بگیریم؟

۵۹. با توجه به تعاریف مسأله قبل، آیا عددی مانند N وجود دارد که اگر آن را به عنوان ورودی به ماشین بدهیم، عدد $\overline{۷N}$ را به عنوان خروجی دریافت کنیم؟

۶۰. مداری داریم که سه عدد A و B و C را به عنوان ورودی دریافت کرده، مقدار $A \times B + C$ را به عنوان خروجی می‌دهد. به تعداد کافی از این مدار در اختیار داریم. آیا می‌توانیم مقدار

$$a_7x^7 + a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

را به کمک ۷ عدد از این مدارها محاسبه کنیم؟