باسمه تعالی

مرحله ی اول هجدهمین المپیاد کامپیوتر کشور

روز ۱۲ بهمن ماه ۱۳۸۶؛ ساعت ۹ تا ۱۲

۱) جدول 2×4 زیر را در نظر بگیرید. به تعدادی خانه از این جدول که محیط آن ها یک مستطیل تشکیل بدهد، یک زیرمستطیل گفته می شود. مثلا هر خانه از این جدول خود به تنهایی یک زیرمستطیل است؛ هم چنین کل جدول نیز یک زیرمستطیل است. برای هر زیرمستطیل از این جدول، اعداد درون آن زیرمستطیل را جمع کرده و روی یک کاغذ می نویسیم، سپس جمع تمام اعداد روی کاغذ را حساب می کنیم، حاصل این جمع چه قدر می شود؟

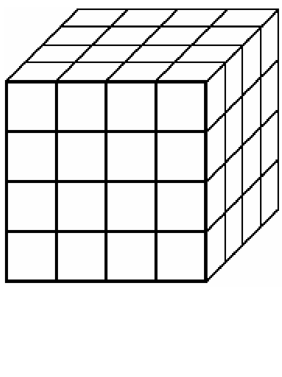
۱	۲	۰	۵
-۵	۰	-۲	۰

۱) ۸- ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۴۸ ۵) ۵۶

جواب.گزینه ی ۲.

ابتدا اینکه هر خانه در چند زیرمستطیل ظاهر می شود را بررسی می کنیم، عدد بدست آمده را در مقدار موجود در آن خانه ضرب می کنیم و در پایان اعداد بدست آمده را جمع می نماییم. اما با توجه به تقارن معلوم است که تعداد دفعاتی که هر یک از خانه های گوشه ای در یک زیرمستطیل ظاهر می شود با هم برابر است، و این سخن راجع به سایر خانه ها صحیح است؛ بدین ترتیب چون هر خانه ی گوشه ای در ۸ زیرمستطیل ظاهر می شود؛ ملاحظه می کنیم که عدد $(5+0+1-5)\times8+(0+2-2+0)\times y=8$ همان عددی است که می خواستیم.

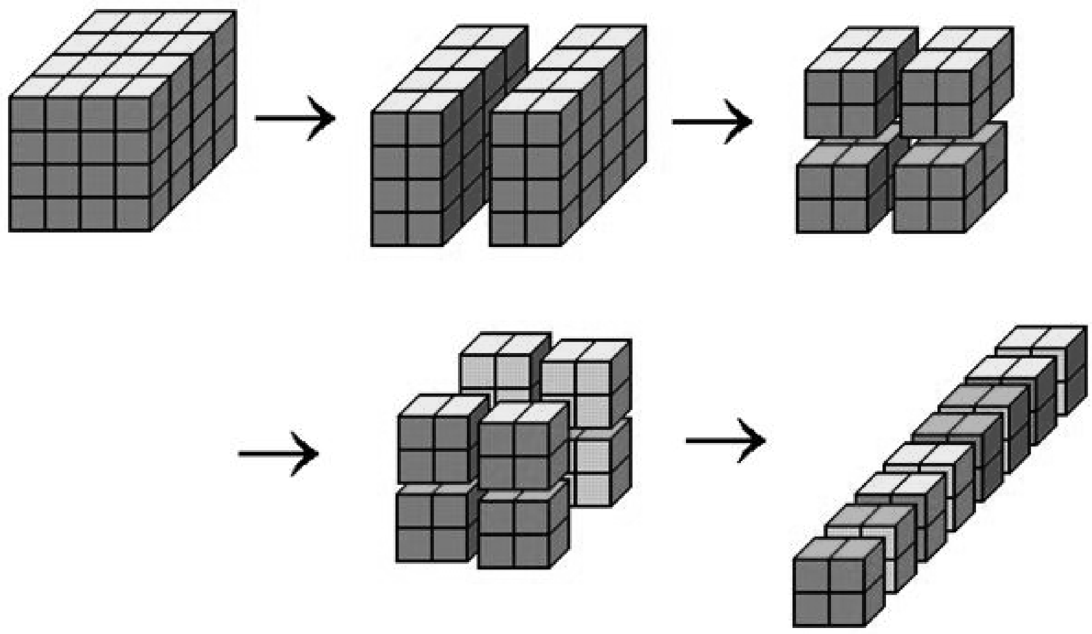
۲) یک کیک به شکل یک مکعب $4\times4\times4$ داریم. در هر مرحله می توانیم یک صفحه از فضا (موازی با یکی از وجه های کیک)، برای برش انتخاب کنیم. اگر صفحه ی برش از قطعه کیکی عبور کند، آن قطعه را به دو قسمت تقسیم می کند. بین هر دو مرحله، می توانیم بخش های مختلف کیک که از هم جدا شده اند، هر طوری که خواستیم (تا انتقال و دوران) در فضا کنار هم قرار دهیم و دوباره عمل برش (مرحله ی بعد) را انجام دهیم. دقت کنید که ممکن است چند قطعه ی تقسیم شده از قبل، با یک برش هم زمان به دو قسمت تقسیم شوند. حداقل چند مرحله لازم داریم تا این کیک به ۶۴ مکعب $1\times1\times1$ تقسیم شود؟



۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸ ۵) ۹

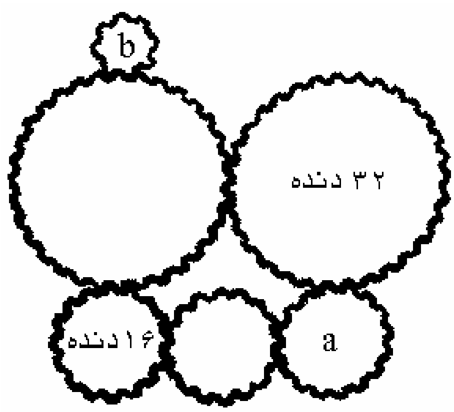
جواب.گزینه ی ۱.

ابتدا روند برش و مرتب کردن ذیل را پی می گیریم:



اکنون معلوم است که می توان با دو برش نهایی کار را تمام کرد بدین ترتیب می توان با ۵ برش به جواب رسید.

۳) طبق شکل زیر تعدادی چرخ دنده داریم که با هم درگیر هستند. چند دور و در کدام جهت باید چرخ دنده ی b را بچرخانیم تا چرخ دهنده ی a دقیقا یک دور ساعت گرد بچرخد؟ تعداد دنده های چرخ دنده ی کوچک ۸، چرخ دنده های متوسط ۱۶ و چرخ دنده های بزرگ ۳۲ است.

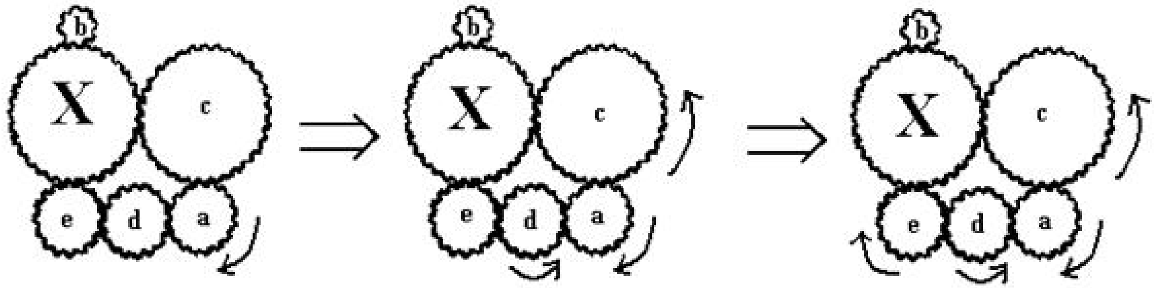


۱) ۱ دور ساعت گرد ۲) ۱ دور پادساعت گرد ۳) ۲ دور ساعت گرد ۴) ۲ دور پادساعت گرد

۵) نمی توان چرخ دنده ی **a** را چرخاند.

جواب.گزینه ی ۵.

اگر قرار باشد چرخ دنده ی a در نهایت در جهت ساعتگرد بچرخد باید چرخ دنده های دیگر با توجه به آنچه در ذیل نشان داده شده بچرخند:



اما در این صورت با توجه به جهت چرخش چرخ دنده ی c باید چرخ دنده ی X در جهت ساعتگرد بچرخد در حالی که با توجه به جهت چرخش e باید چرخ دنده ی X در جهت پادساعتگرد بچرخد. تناقض حاصل نشان می دهد که گزینه ی ۵ صحیح است.

۴) کشور یک طرفه ها، پنج شهر به شماره های ۱ تا ۵ دارد. تنها در صورتی می توان از شهر i به شهر j یک جاده ی یک طرفه کشید، که i<j باشد؛ در صورت ساخت چنین جاده ای، با استفاده از این جاده می توان از شهر i به شهر j رفت، ولی نه برعکس. به چند طریق می توان تعدادی جاده ی یک طرفه در این کشور ساخت به طوری که، از هر کدام از شهر های ۱ تا ۴ دقیقا یک مسیر (تشکیل شده از یک یا چند جاده ی یک طرفه ی پشت سر هم) به شهر ۵ وجود داشته باشد؟

۱) $۲^{۱۰}$ ۲) $۴^{۴}$ ۳) $۵^{۵}$ ۴) ۲۴ ۵) ۵

جواب.گزینه ی ۴.

از شهر ۴ تنها با ۱ مسیر می توان به شهر ۵ رفت، و در هر حالتی که از شهر ۴ به شهر ۵ مسیر مشخص باشد،

از شهر ۳ به ۲ طریق می توان به شهر ۵ رفت (یک راه اینکه از ۳ به ۴ و از ۴ با توجه به مسیر موجود به ۵ برویم و دیگری اینکه از ۳ مستقیما به ۵ برویم)، و در هر حالتی که مسیر از ۴ به ۵ و مسیر از ۳ به ۵ مشخص باشد،

از شهر ۲ به ۳ طریق می توان به شهر ۵ رفت (یک راه اینکه از ۲ به ۳ و از ۳ با توجه به مسیری که قبلا مشخص شده به ۵ برویم و دومین راه اینکه از ۲ به ۴ رفته و از آنجا با توجه به مسیری که از قبل معلوم است به ۵ برویم و آخرین راه اینکه از شهر ۲ مستقیما به ۵ برویم)، و در هر حالتی که مسیر از ۴ به ۵ و مسیر از ۳ به ۵ و مسیر از ۲ به ۵ مشخص باشد،

از شهر ۱ به ۴ طریق می توان به شهر ۵ رفت (استدلال مشابها انجام می شود)

بدین ترتیب با توجه به اصل ضرب به $24 = 4\times3\times2\times1$ طریق می توانیم به هدفمان برسیم.

۵) کشور یک طرفه های مسئله ی قبل (که شرط وجود جاده از شهر i به شهر j، عبارت است از i<j) را در نظر بگیرید. حال تعداد روش های ساخت تعدادی جاده ی یک طرفه در این کشور را حساب کنید، به طوری که دو شرط زیر را داشته باشند:

⁕ از هر کدام از شهر های ۱ تا ۴، دقیقا یک مسیر (شامل یک یا چند جاده ی یک طرفه) به شهر ۵ وجود داشته باشد (همان شرط مسئله ی قبل).

⁕ به ازای هر شهر، مجموع تعداد جاده هایی که از آن شهر شروع می شوند. به علاوه ی تعداد جاده هایی که به آن شهر ختم می شوند، از سه تا بیشتر نباشد.

۱) $۲^۹$ ۲) $۴^۲$ ۳) ۲۲ ۴) ۱۸ ۵) ۴

جواب.گزینه ی ۳.

بیایید حالاتی که شرط ۱ برقرار است در حالی که شرط ۲ برقرار نیست را بشماریم و از تعداد حالاتی که شرط ۱ برقرار بود (یعنی از ۲۴) کم کنیم.

با توجه به شرط ۱ معلوم است که از هر شهر دقیقا یک جاده ی یکطرفه خارج می شود، بنابراین مجموعه جاده های ورودی و خروجی شهر ۱ دقیقا ۱ است در حالی که مجموع جاده های ورودی و خروجی شهر ۲ حداکثر ۲ است و مجموع جاده های ورودی و خروجی شهر ۳ حداکثر ۳ می باشد.

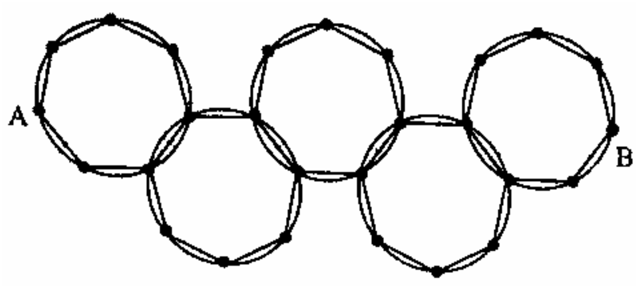
اما تنها حالتی که مجموع تعداد جاده های ورودی و خروجی شهر ۴ بیشتر از ۳ می شود این حالت است که از شهر های ۱، ۲و ۳ جاده هایی به سمت ۴ وجود داشته باشد و از شهر ۴ نیز یک جاده به ۵ متصل باشد. بدین ترتیب این باقی می ماند که حالت هایی را بیابیم که مجموع جاده های ورودی به شهر ۵ بیشتر از ۳ باشد چند تاست که این هم ۱ حالت بیشتر نمی باشد.

بدین ترتیب جواب مسئله برابر است با ۲۲=۲-۲۴.

۶) یک شمارنده ی ۳ رقمی داریم که با هر بار زدن دکمه ی آن. عدد آن یک واحد افزایش می یابد. عدد روی شمارنده در ابتدا، ۲۳۳ است. دکمه ی آن را ۶۹۳ بار می زنیم تا عدد شمارنده برابر ۹۳۶ شود. این ۳ رقم شمارنده در مجموع چند بار تغییر کرده اند؟

۱) ۶۹۳ ۲) ۷۰۳ ۳) ۷۶۹ ۴) ۷۷۲ ۵) ۸۲۷

۷) در نقشه ی رو به رو، نقاط پر رنگ نشان دهنده ی شهر و کمان ها و پاره خط های مستقیم بین آنها جاده هستند. برای ما استفاده از جاده های مستقیم و کمانی تفاوتی ندارد. به چند طریق می توان با کم ترین تعداد جاده از شهر A به شهر B رفت؟ (دقت کنید که صرفا تعداد جاده ها مهم است و بین بعضی از شهر ها دو یا سه جاده قرار دارد.)

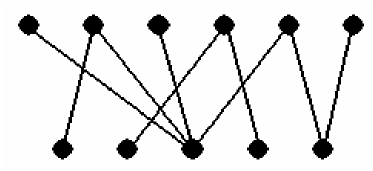


۱) $2^7 \times 3^4$ ۲) $2^8 \times 3^3$ ۳) $2^{11} \times 3^4$ ۴) $3^{11} \times 2^7$ ۵) $6^4 \times 2^5$

۸) در مهمانی که علی آقا ترتیب داده است، ۱۲ نفر شرکت کرده اند. در موقع ورود مهمان ها، هر کدام یـک شـماره متمـایز از اعداد ۱ تا ۱۲ می گیرند. مهمان ها دور یک میز دایره ای می نشینند. قرار است علی آقا یک ظرف شیرینی برای پـذیرایی ببـرد؛ اما موقع برداشتن شیرینی، هر کس به شماره ی خودش و نفر سمت راستش نگاه می کند و به تعداد شـماره ی بیـشتر، از ظـرف شیرینی بر می دارد. علی آقا چند عدد شیرینی باید در ظرف قرار دهد به طوری که در هر نحوه نشستن، هر کـس بتوانـد تعـداد گفته شده در بالا را از آن بردارد؟

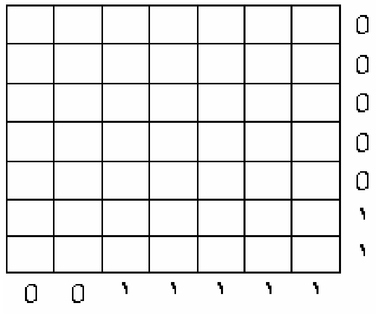
۱) ۷۸ ۲) ۱۱۴ ۳) ۴۲ ۴) ۱۵۶ ۵) ۷۲

۹) می خواهیم نقاط شکل روبرو را آبی یا قرمز کنیم به طوری که، هیچ دو نقطه ای که با یک پاره خط به هم وصل هـستند، هـم رنگ نباشند. اختلاف تعداد نقاط آبی و تعداد نقاط قرمز حداکثر چقدر است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ ۵) ۵

۱۰) در هر خانه ی یک جدول 7×7 عدد ۰ یا عدد ۱ قرار دارد. برای هر ستون اگر تعداد ۱ ها در آن بیشتر بود، زیر آن سـتون عدد ۱ و در غیر این صورت عدد ۰ را می نویسیم. به همین صورت، برای هر سطر نیز اگر تعداد ۱ های آن بیشتر بود، در سـمت راست آن سطر عدد ۱ و در غیر این صورت عدد ۰ را می نویسیم. بعد از به دست آمدن اعداد سطر ها و ستون هـا، تمـام اعـداد داخل جدول پاک می شوند. اگر اعداد جدول زیر به این صورت به دست آمده باشند، حداقل و حداکثر در چند خانه ی جـدول عدد ۱ قرار داشته است؟



۱) حداقل ۲۰ و حداکثر ۲۷ ۲) حداقل ۲۲ و حداکثر ۲۷ ۳) حداقل ۲۰ و حداکثر ۲۹

۴) حداقل ۲۲ و حداکثر ۲۹ ۵) هیچ کدام

۱۱) عدد طبیعی a را در نظر بگیرید. در هر مرحله می توان یکی از ۲ عمل زیر را روی این عدد انجام داد:

*** دَوَران: رقم سمت چپ a به سمت راست این عدد منتقل می کنیم. برای مثال، این عمل عدد ۱۲۳۴ را به عدد ۲۳۴۱ تبدیل می کند. پس از هر بار انجام دادن این عمل، صفر های سمت چپ عدد (در صورت وجود)، حذف می شود. برای مثال، دوران عدد ۱۰۲۳ عدد ۲۳۱ را نتیجه می دهد.**

❊ به علاوه ۲: ۲ واحد به a اضافه کنیم.

در چند تا از جفت های زیر می توان، با انجام دنباله ای از دو عمل فوق، عدد سمت چپ را به عدد سمت راست تبدیل کرد؟

❊ (۲۱۳۴،۲۱۴۳)

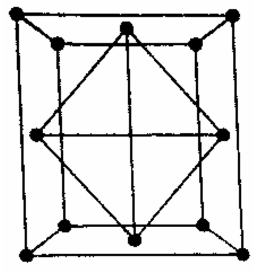
❊ (۱۱۱۱،۱۱۱)

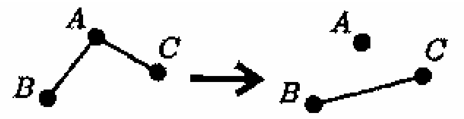
❊ (۱۲۱۲۱،۲۱۲۱۲)

❊ (۱۰۳،۴۵)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ ۵) ۰

۱۲) کامبیز شکل سمت چپ را روی کاغذ رسم کرده و به شاندیز داده است، این شکل از تعدادی «تکه خط» تشکیل شده است. تکه خط چیزی شبیه پاره خط است با این تفاوت که دو سر آن حتما دو دایره ی کوچک سیاه قرار دارد. شاندیز در هر مرحله می تواند سه دایره ی سیاه A، B و C که A به B و A به C با تکه خط متصل هستند ولی B به C متصل نیست را انتخاب کند، سپس تکه خط های AB و AC را حذف کرده و تکه خط BC را به جای آن دو رسم کند (مانند شکل پایین). با تکرار این عمل تا جای ممکن، حداقل چه تعداد «تکه خط» ممکن است باقی بماند؟ (دقت کنید که در شکل سمت چپ هیچ سه دایره ای روی یک خط نیستند.)





۱) ۱ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۰ ۵) ۱۴

۱۳) دانش آموزان یک کلاس ۳۰ نفره، در یک آزمون شرکت کرده اند. در این آزمون بالاترین نمره ۲۰ و پایین ترین نمره ۵ بوده است. در ضمن می دانیم میانگین نمرات ۱۲ و نمره ی نفر ۱۰ ام کلاس ۱۵ بوده است. در این کلاس، حداکثر چند نفر نمره ی کمتر از ۱۰ گرفته اند؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۱۹ ۵) ۲۰

۱۴) با بررسی اطلاعات فروش در یک فروشگاه، می توان قاعده هایی برای پیش بینی خرید های مشتریان پیدا کرد، مثل

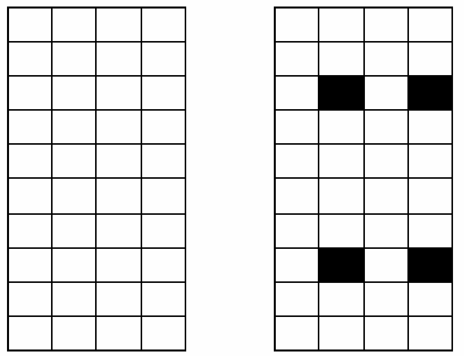
« {نان} $\Rightarrow$ {گردو، پنیر}»

یا « {پاک کن، تراش} $\Rightarrow$ {مداد}».

قاعده ی « $A \Rightarrow B$» یعنی مشتری با خرید مجموعه ی A، حتما مجموعه ی B را نیز خریداری می کند. A و B مجموعه هایی ناتهی از اجناس فروشگاه هستند که اشتراک ندارند. اگر ۸ نوع جنس در فروشگاه داشته باشیم، در حالت کلی چند قاعده ی مختلف می توان تولید کرد؟

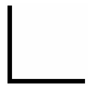
۱) ۶۰۵۰ ۲) ۶۰۴۹ ۳) ۶۳۰۵ ۴) ۶۳۰۶ ۵) ۶۵۶۱

۱۵) یک جدول 10×4 خالی مانند شکل سمت چپ داریم. به ۴ خانه ی سیاه که ۴ گوشه ی یک مستطیل قرار بگیرند، «چهارخونه» می گوییم (مانند شکل سمت راست). حداکثر چند خانه از جدول خالی سمت چپ را می توانیم سیاه کنیم به طوری که، در آن هیچ «چهارخونه» ای مشاهده نشود؟

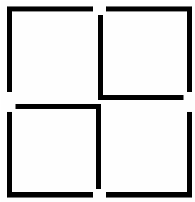


۱) ۱۰　　　۲) ۱۳　　　۳) ۱۶　　　۴) ۱۸　　　۵) ۲۰

۱۶) به چند طریق می توان یک جدول 2×2 را با شش شکلِ



ساخت؟ یکی از این روش ها در شکل رو به رو نشان داده شده است.

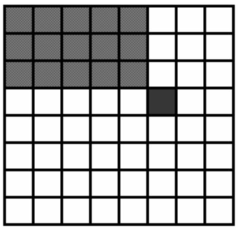


۱) ۸　　　۲) ۶　　　۳) ۴　　　۴) ۵　　　۵) ۷

۱۷) روی یک دستگاه n عدد کلید و یک نمایش گر قرار دارد. در ابتدا هر کدام از کلید ها یا روشن است یا خاموش و نمایش گر همیشه تعداد کلید های روش را نشان می دهد. ما از وضعیت روشن یا خاموش بودن کلید ها اطلاع نداریم و در هر مرحله تنها می توانیم یک کلید دل خواه را تغییر وضعیت دهیم. حداکثر در طی چند مرحله می توانیم تمام کلید ها را روشن کنیم؟

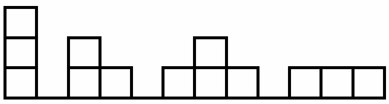
۱) n-۱　　　۲) n　　　۳) ۲n-۱　　　۴) ۲n　　　۵) ۲n+۱

۱۸) یک جدول 8×8 را در نظر بگیرید. مهره ی «نهنگ»، مهره ای است که اگر در یک خانه از این جدول 8×8 قرار بگیرد، مطابق شکل تمامی خانه هایی که اکیدا بالاتر و سمت چپ تر از خانه ی خودش هستند، را تهدید می کند. به چند طریق می توان یک مهره ی نهنگ سیاه و یک مهره ی نهنگ سفید را در این جدول قرار داد، به طوری که هیچ یک دیگری را تهدید نکند؟ (دقت کنید که نمی توان دو مهره ی نهنگ را در یک خانه قرار داد)



۱) ۱۲۶۴ ۲) ۷۸۴ ۳) ۱۵۶۸ ۴) ۷۶۸ ۵) ۵۱۲

۱۹) به چند روش می توان ۸ جعبه را در تعدادی ستون چسبیده به هم، روی زمین قرار داد؟ حالات مختلف برای ۳ جعبه را در شکل می بینید.

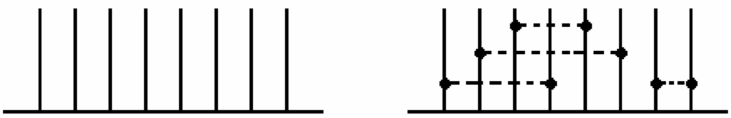


۱) ۱۲۸ ۲) ۶۴ ۳) ۴۰ ۴) ۹ ۵) هیچ کدام

۲۰) ۱۰ لامپ خاموش در یک ردیف، به ترتیب پشت سر هم قرار دارند. در هر مرحله، یکی از لامپ های خاموش را روشن می کنیم، این کار را آن قدر انجام می دهیم تا تمام لامپ ها روشن شوند. می خواهیم به ترتیبی لامپ ها را روشن کنیم که هیچ گاه بین لامپ های روشن لامپ خاموش قرار نداشته باشد. به عنوان مثال، اگر لامپ های اول و سوم روشن باشند، لامپ دوم نیز باید حتما روشن باشد. به چند طریق می توان ترتیبی برای روشن کردن لامپ ها ارائه داد، به طوری که شرط مذکور حفظ شود؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۵۱۲ ۳) ۱۰۲۴ ۴) ۵۰۴۰ ۵) ۴۰۳۲۰

۲۱) ۸ میله ی عمودی مطابق شکل سمت چپ به ترتیب روی زمین چیده شده اند، به طوری که فاصله ی هر میله از میله ی بعدی اش، برابر ۱ واحد می باشد.



یک «جفت بندی»، این ۸ میله را با ۴ خط چین افقی به ۴ جفت تقسیم می کند. در شکل سمت راست یکی از راه های جفت بندی نمایش داده شده است. «طول» یک جفت بندی، برابر مجموع طول ۴ خط چین استفاده شده برای آن جفت بندی است. برای مثال طول جفت بندی شکل سمت راست برابر با ۱۰ می باشد. اکنون اگر همه ی جفت بندی های ممکن برای این ۸ نقطه را در نظر بگیریم، میانگین طول این جفت بندی ها چه قدر است؟

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۷ ۴) ۱۶ ۵) ۱۴

۲۲) یک جدول از اعداد متمایز داده شده است. در هر سطر، دو خانه که حاوی بزرگ ترین اعداد آن سطر هستند را علامت می زنیم. همین کار را برای ستون ها انجام می دهیم. می خواهیم بدانیم در کلِ جدول، حداقل چند خانه علامت زده می شوند. اگر جدول ما 100×100 باشد، این «مقدارِ حداقل» چه قدر است؟ در مورد جدول 101×101 چه طور؟

۱) ۴۰۰ و ۴۰۴ ۲) ۲۰۰ و ۲۰۴ ۳) ۳۰۰ و ۳۰۳ ۴) ۲۰۰ و ۲۰۰ ۵) ۲۰۰ و ۲۰۲

۲۳) یک جدول 10×12 داریم. مختصات خانه ی بالا سمت چپ (۰،۰)، و مختصات خانه ی پایین سمت راست (۹،۱۱) است. چند زیرجدول (زیرمستطیل از خانه ها)، شامل خانه ی (۷،۵) است؟ (بدیهی است که خانه ی (۷،۵) به تنهایی و کل جدول، هر کدام یک زیرجدول محسوب می شوند.)

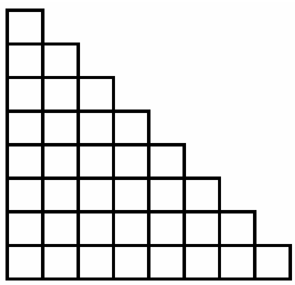
۱) ۷۳۵ ۲) ۱۱۲۰ ۳) ۱۰۰۸ ۴) ۱۲۶۰ ۵) ۱۲۰۰

۲۴) اعداد ۱ تا ۱۰۰ روی محیط یک دایره، با ترتیبی تصادفی چیده شده اند. ما از محل هیچ عددی اطلاع نداریم. دستگاهی در اختیار داریم که با تعیین مکان ۵۰ عدد متوالی روی دایره، کوچک ترین آن ها را به ما اعلام می کند. توجه کنید که دستگاه محل کوچک ترین عدد را به ما نشان نمی دهد، بلکه فقط مقدار کوچک ترین عدد را اعلام می کند. با حداکثر چند بار استفاده از این دستگاه، می توان محل عدد ۱ را پیدا کرد؟

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۲۵ ۴) ۴۹ ۵) ۵۰

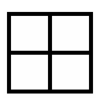
۲۵) مهره ی «رخ» در شطرنج، مهره ای ست که تمامی خانه هایی که هم سطر، یا هم ستون با خودش باشند را تهدید می کند.

جدول پلکانی رو به رو را در نظر بگیرید. به چند طریق می توان ۷ مهره ی «رخ» را در این جدول گذاشت، به طوری که هیچ دو مهره ای هم دیگر را تهدید نکنند؟



۱) ۹۸۴ ۲) ۲۵۵ ۳) ۶۴۰ ۴) ۲۸۲ ۵) ۳۵

۲۶) شکل زیر از ۱۲ چوب کبریت تشکیل شده است. به چند طریق می توان ۸ تا از این چوب کبریت ها را برداشت، به طوری که هیچ دو چوب کبریتی از چهار تای باقی مانده به هم وصل نباشد (در هیچ نقطه ای اشتراک نداشته باشند)؟



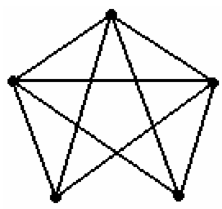
۱) ۱۴   ۲) ۱۷   ۳) ۶   ۴) ۱۸   ۵) ۵

۲۷) یک عدد با تعداد دلخواهی عدد ۱ و ۲ را در نظر بگیرید. می توان تعدادی از ارقام این عدد را از سمت چپ به سمت راست منتقل کرد (مثلا ۱۱۲۲۲ ⟸ ۲۲۱۱۲). با تکرار این عمل تعدادی عدد به دست می آیند. اگر عدد اولیه از همه ی آنها کوچکتر بود آن را عددی خوب می نامیم.

چند عدد خوب ۵ رقمی وجود دارند؟

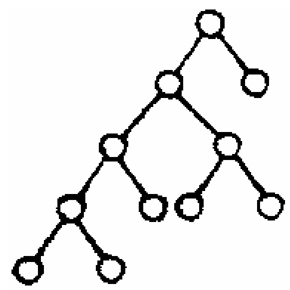
۱) ۳۲   ۲) ۱۰   ۳) ۸   ۴) ۶   ۵) ۲۰

۲۸) در شکل رو به رو، ۵ عدد میخ مشاهده می کنید که با تعدادی کِش به هم متصل شده اند. به چند طریق می توان ۵ تا از کِش ها را انتخاب کرد، به طوری که هر میخ، دقیقا به دو کِش انتخاب شده وصل باشد؟



۱) ۱۲   ۲) ۶   ۳) ۲۴   ۴) ۸   ۵) ۱۸

۲۹) در شکل رو به رو، می خواهیم دایره ها را با ۳ رنگ آبی، قرمز و سبز رنگ آمیزی کنیم، به طوری که، رنگ هر دایره و دو دایره ی زیر آن، که به آن متصل اند (اگر وجود داشته باشد)، با هم برابر باشد و یا رنگ هر سه آن ها متفاوت باشد. به چند طریق می توان این رنگ آمیزی را انجام داد؟



۱) ۲۴۳   ۲) ۷۲۸   ۳) ۷۲۹   ۴) ۱۴۵۸   ۵) ۲۰۴۸

۳۰) دو عدد a و b را در مبنای ۲ در نظر بگیرید. عدد a را یکی یکی زیاد می کنیم. در هر بار زیاد کردن اگر رقم i ام عدد a در نمایش مبنای دوی آن تغییر کرد، ۲^{a} تا به عدد b اضافه می کنیم (رقم سمت راست، رقم شماره ی ۰ محسوب می شود). در ابتدا دو عدد a و b صفر هستند. پس از تعدادی بار زیاد کردن عدد a، عدد b برابر ۹۶ شده است. عدد a را چند بار زیاد کرده ایم؟

۱) ۱۵   ۲) ۱۸   ۳) ۲۲   ۴) ۳۶   ۵) ۴۸

«موفق باشید»