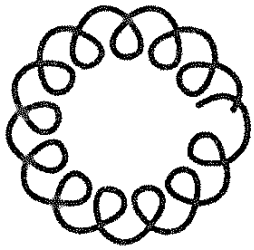
فصل ۷

مرحله‌ی اوّل بیست و یکمین المپیاد فیزیک ایران

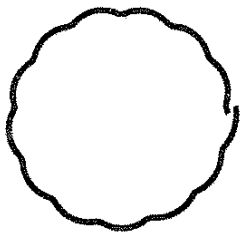
۷.۱ سؤالات چند گزینه‌ای

۱) فاصله‌ی زمین از خورشید $۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\mathrm{m}$ و فاصله‌ی ماه از زمین $۳/۸ \times ۱۰^{۸}\mathrm{m}$ است. زمین هر ۳۶۵ روز یک بار روی دایره‌ای به دور خورشید، و ماه هر ۲۷ روز یک بار روی دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. فرض کنید این دو دایره هم‌صفحه باشند. مدار ماه به دور خورشید شبیه کدام شکل زیر است؟

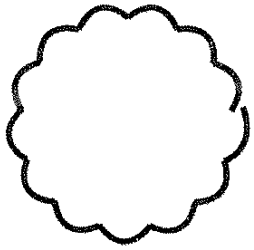
الف)



ب)



ج)



۲) نقطه‌ی A روی نیم‌خط Ox و نقطه‌ی B روی نیم‌خط Oy است. زاویه‌ی Ox با Oy برابر α است. در لحظه‌ی $t = ۰$ فاصله‌ی A از O برابر a و فاصله‌ی B از O برابر b است. در این لحظه نقطه‌ی A با سرعت v_A روی محور x و نقطه‌ی B با سرعت v_B روی محور y حرکت می‌کند. قرارداد این است که سرعت‌ها مثبت‌اند اگر حرکت در جهت مثبت محور باشد. v_B چه‌قدر باشد تا در $t = ۰$ مشتق فاصله‌ی A از B صفر باشد؟

الف) $v_B = v_A \dfrac{b\cos\alpha + a}{a\cos\alpha + b}$ ب) $v_B = v_A \tan\alpha$

ج) $v_B = v_A \cos\alpha$ د) $v_B = v_A \dfrac{b\cos\alpha - a}{b - a\cos\alpha}$

۳) سه ذرّه‌ی باردار با بارهای مثبت q_1، q_2 و q_3، و بردار مکان‌های $\overrightarrow{r_1}$، $\overrightarrow{r_2}$ و $\overrightarrow{r_3}$، در صفحه‌ی xy اند. برآیند نیروهای کولنی وارد به ذرّه‌ی ۳ صفر است. $\overrightarrow{r_3}$ کدام است؟

الف) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{q_1\overrightarrow{r_1} + q_2\overrightarrow{r_2}}{q_1 + q_2}$ ب) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{q_1\overrightarrow{r_2} + q_2\overrightarrow{r_1}}{q_1 + q_2}$

ج) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{\sqrt{q_1}\overrightarrow{r_1} + \sqrt{q_2}\overrightarrow{r_2}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$ د) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{\sqrt{q_1}\overrightarrow{r_2} + \sqrt{q_2}\overrightarrow{r_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$

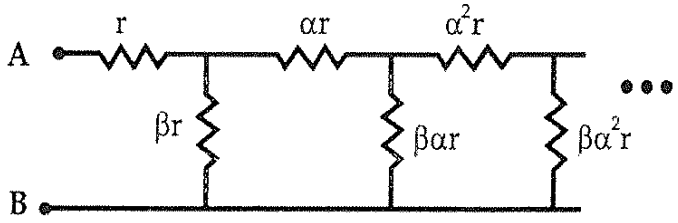
۴) برای تولید ۱kg گندم، به یک تُن (یعنی ۱۰۰۰kg) آب نیاز است. بارش سالانه‌ی منطقه‌ای ۱۰۰mm است، به این معنی که اگر تمام برف و باران سالانه‌ی آن منطقه را در منطقه‌ای به همان مساحت بریزیم ارتفاع آن ۱۰۰mm می‌شود. در این ناحیه حداکثر محصول کشت دیم گندم چند تن بر هکتار است؟ (هکتار یعنی $10^4 m^2$).

الف) ۰/۱ ب) ۱ ج) ۱۰ د) ۱۰۰

۵) یک آهن‌ربای میله‌ای که میدان مغناطیسی آن از میدان مغناطیسی زمین بسیار قوی‌تر است روی یک میز افقی قرار دارد. خطی که قطب‌های N و S آهن‌ربا را به هم وصل می‌کند افقی است. یک عقربه‌ی مغناطیسی هم که می‌تواند آزادانه به دور محور قائم خود بگردد روی این میز و در فاصله‌ی کمی از آهن‌ربا است. عقربه‌ی مغناطیسی را یک بار روی یک دایره‌ی افقی، به آهستگی دور آهن‌ربا می‌گردانیم، و در نتیجه عقربه به اندازه‌ی زاویه‌ی α به دور محور خود می‌گردد. α چه‌قدر است؟

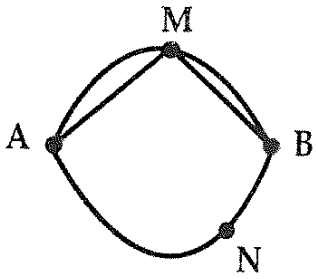
الف) ۹۰° ب) ۱۸۰° ج) ۳۶۰° د) ۷۲۰° ه) ۱۴۴۰°

۶) در شکل، زنجیره‌ی مقاومت‌ها به‌طور نامحدود ادامه دارد. مقدار مقاومت‌ها روی شکل مشخص است. به‌ازای $\alpha = ۲$ و $\beta = ۳$، مقاومت بین نقطه‌ی A و نقطه‌ی B برابر xr است. x چه‌قدر است؟



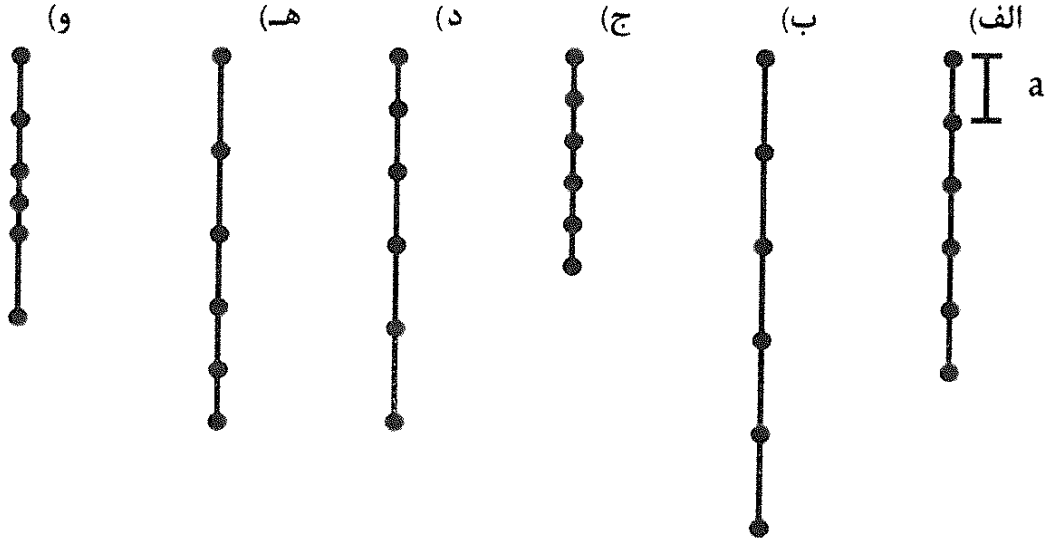
الف) $\frac{۳}{۲}$ ب) ۲ ج) $\frac{۵}{۲}$ د) ۳ ه) $\frac{۷}{۲}$ و) ۴

۷) متحرکی مسیر A تا B را در مدت زمان ۱۰ دقیقه از یکی از راه‌های نشان داده شده طی می‌کند. در کدام مسیر اندازه‌ی بردار سرعت متوسط متحرک کم‌تر است؟



الف) مسیر منحنی AMB
ب) مسیر راست AM و MB
ج) مسیر منحنی ANB
د) تفاوتی نمی‌کند.

۸) مهره‌های یکسانی به جرم m در فواصل مساوی a روی یک کش بسیار سبک دوخته شده‌اند. در ابتدا و انتهای کش نیز دو مهره قرار گرفته است. اگر کش را از یکی از مهره‌های انتهایی آویزان کنیم، شکل حالت تعادل آن کدام است؟



۹) یک جسم از ارتفاع h به‌طور افقی و با سرعت v پرتاب می‌شود. وقتی ارتفاع این جسم نصف می‌شود، چیزی به آن برخورد می‌کند که باعث می‌شود مؤلفه‌ی عمودی سرعت آن صفر شود ولی مؤلفه‌ی افقی سرعت تغییری نکند. وقتی ارتفاع این جسم دوباره نصف می‌شود (یعنی یک چهارم ارتفاع اولیه می‌شود) دوباره همین پدیده تکرار می‌شود، و این فرآیند ادامه می‌یابد. شتاب گرانش g است. فاصله‌ی افقی محل برخورد جسم با زمین و محل پرتاب چه‌قدر است؟

الف) $\frac{v\sqrt{\frac{۲h}{g}}}{\sqrt{۲}-۱}$ ب) $۲v\sqrt{\frac{h}{g}}$ ج) $v\sqrt{\frac{۲h}{g}}$ د) $\frac{v\sqrt{\frac{h}{g}}}{\sqrt{۲}-۱}$

۱۰) دو کره‌ی رسانا به شعاع‌های $R_۱$ و $R_۲$ را در نظر بگیرید که بار آن‌ها به‌ترتیب $Q_۱$ و $Q_۲$ است. بارها هم‌علامت‌اند و مقدارشان با هم فرق می‌کند. این دو کره را به فاصله‌ی R از هم می‌گذاریم، که R خیلی بزرگ‌تر از $R_۱$ و $R_۲$ است. اندازه‌ی نیروی

بین این دو F می‌شود. این دو کره را به هم تماس می‌دهیم و بعد دوباره آن‌ها را به فاصله‌ی R از هم می گذاریم. اندازه‌ی نیرو F' می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً $F' < F$

ب) حتماً $F' > F$

ج) حتماً $F' = F$

د) مواردی هست که $F' = F$ و مواردی هست که $F' \neq F$

۱۱) یک استوانه که با یک پیستون متحرک مسدود شده شامل مقداری از یک گاز و مقداری از یک مایع است. حجم گاز V_1 و حجم مایع V_2 است. دمای این سیستم T_1 و فشار آن P است. گاز در مایع حل می‌شود و در نتیجه حجم مجموعه V_2 می‌شود. طی این فرآیند فشار تغییر نمی‌کند، دما T_2 می‌شود، و این سیستم با بیرون گرما یا ماده مبادله نمی‌کند. انرژی درونی مجموعه‌ی گاز و مایع پیش از حل‌شدن را با U_1 و انرژی درونی محلول را با U_2 نشان می‌دهیم. این انرژی‌ها به حجم و دما بستگی دارند. ظرفیت گرمایی (یعنی گرمای ویژه ضرب در جرم) برای محلول را با C نمایش می‌دهیم و آن را ثابت می‌گیریم. مقدار U_2 در دمای T_1 (همان دمای اولیه) و حجم V_2 منهای مقدار U_1 در دمای T_1 و حجم $(V_1 + V_2)$ چه‌قدر است؟

الف) $C(T_2 - T_1)$ ب) $C(T_1 - T_2)$

ج) صفر د) PV_1

ه) $PV_1 + C(T_2 - T_1)$ و) $PV_1 - C(T_2 - T_1)$

۱۲) یک جسم از ارتفاع h سقوط می‌کند. نیروی مقاومت هوا وارد بر این جسم متناسب با سرعت آن است. اگر اثر مقاومت هوا کم باشد، برای محاسبه‌ی کار مقاومت هوا می‌شود معادله‌ی حرکت ذره در حالت سقوط آزاد را به کار برد و نیروی مقاومت را با استفاده از همان سرعت در حالت سقوط آزاد (یعنی بدون مقاومت هوا) حساب کرد. فرض کنید چنین است. کار مقاومت هوا با h^α متناسب است. α کدام است؟

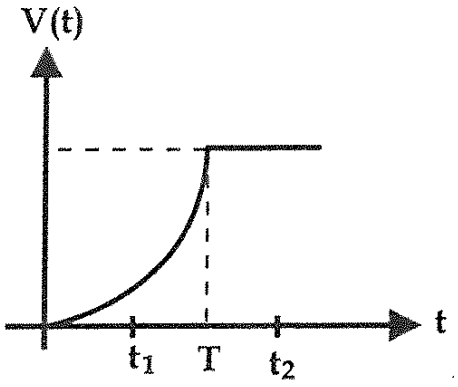
الف) ۲ ب) $\frac{۳}{۲}$ ج) ۱ د) $\frac{۱}{۲}$

۱۳) از یک شیر آب قطره‌هایی به حجم V سقوط می‌کنند. جریان شیر (حجم آب بر زمان) Q است. هر قطره به ارتفاع h سقوط می‌کند. شتاب گرانش g است. شرط لازم و کافی برای این که در هر لحظه حداکثر یک قطره در حال سقوط باشد کدام است؟

الف) $Q \leq V\sqrt{\frac{۲g}{h}}$ ب) $Q \leq V\sqrt{\frac{g}{h}}$

ج) $Q \leq V\sqrt{\frac{g}{۲h}}$ د) $Q \leq V\sqrt{\frac{g}{۴h}}$

۱۴) خودرویی در لحظه‌ی $t = ۰$ از حالت سکون روی مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. اندازه‌ی سرعت خودرو به‌صورتی که در نمودار مشخص شده تغییر می‌کند. در بازه‌ی $۰ \le t \le T$ سرعت به شکل $v(t) = bt^۲$ است که در آن b ثابت است. در کف خودرو جعبه‌ای قرار دارد که تا لحظه‌ی $t_۱$ نسبت به خودرو ساکن است. جعبه در لحظه‌ی $t_۱$ شروع به سر خوردن می‌کند، و در لحظه‌ی $t_۲$ در خودرو ساکن می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی جعبه با کف خودرو چه‌قدر است؟



الف) $\frac{b}{g}(t_۲ + t_۱)$ ب) $\frac{b\left(T^۲ - t_۱^۲\right)}{g(t_۲ - t_۱)}$

ج) $\frac{b}{g}(t_۲ - t_۱)$ د) $\frac{b}{g}(T + t_۱)$

ه) $\frac{b}{g}(T - t_۱)$ و) $\frac{b\left(t_۲^۲ - t_۱^۲\right)}{g(t_۲ - T)}$

۱۵) یک بار الکتریکی از دور به یک توزیع بار الکتریکی ساکن نزدیک می‌شود و از کنار آن می‌گذرد و از آن دور می‌شود. برآیند همه‌ی نیروهای وارد بر بار (الکتریکی و غیرالکتریکی) طوری است که جهت حرکت بار عوض نمی‌شود. بار کل توزیع بار غیرصفر است و میدان الکتریکی حاصل از آن، در نقاط دور غیرصفر است، و با مسیر موازی نیست. نیروی الکتریکی وارد بر بار از طرف توزیع بار را با $\overrightarrow{F}$ نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً در نقطه‌ای از مسیر $\overrightarrow{F}$ صفر می‌شود.

ب) حتماً در نقطه‌ای از مسیر $\overrightarrow{F}$ بر مسیر عمود می‌شود، اما ممکن است $\overrightarrow{F}$ هرگز صفر نشود.

ج) حتماً در نقطه‌ای از مسیر $\overrightarrow{F}$ با مسیر موازی می‌شود، اما ممکن است $\overrightarrow{F}$ هرگز صفر نشود.

د) $\overrightarrow{F}$ همواره نه بر مسیر عمود است و نه با مسیر موازی است.

۱۶) یک کره‌ی رسانا را در نظر بگیرید که به زمین وصل شده است. بار نقطه‌ای Q به فاصله‌ی R از آن است. اندازه‌ی نیروی وارد بر بار را با $F(R)$ نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) = \infty$

ب) $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) = ۰$

ج) $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) \neq \infty$ و $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) \neq ۰$

۱۷) دو ماده را در ظرفی دربسته با دیواره‌های نارسانای گرما می‌ریزیم. این دو ماده با هم مخلوط می‌شوند. مشاهده می‌شود در اثر مخلوط‌شدن دمای مجموعه زیاد می‌شود و از T (پیش از مخلوط‌شدن) به T' (پس از مخلوط شدن) می‌رسد. کدام گزینه درست است؟

الف) طی این فرآیند انرژی درونی سیستم زیاد شده است.
ب) طی این فرآیند انرژی درونی سیستم کم شده است.
ج) انرژی درونی مخلوط در دمای T، از انرژی درونی مواد اولیه در دمای T کم‌تر است.
د) انرژی درونی مخلوط در دمای T، از انرژی درونی مواد اولیه در دمای T بیش‌تر است.

۱۸) یک خازن غیرخطی ابزاری است که اختلاف پتانسیل دو سر آن (V) به بار آن (Q) بستگی دارد ($V = f(Q)$) اما نسبت V به Q ثابت نیست. جریان گذرنده از این خازن را با I، توان واردشده به آن را با P، و انرژی ذخیره‌شده در آن را با U نمایش می‌دهیم. انرژی ذخیره‌شده در یک خازن با بار Q_0 مساحت ناحیه‌ی بین منحنی‌های $Q = 0$، $Q = Q_0$، $V = 0$، و $V = f(Q_0)$ است. کدام گزینه درست است؟

الف) $U = \frac{1}{2}QV$
ب) $P = VI$
ج) $U \propto V^2$
د) $U \propto Q^2$

۱۹) یک گاری روی یک جاده‌ی افقی است و روی آن یک صندوق هست. در زمان صفر گاری و صندوق ساکن‌اند. گاری را هل می‌دهیم. در نتیجه گاری به حرکت درمی‌آید. صندوق هم مدتی روی گاری سر می‌خورد و سرانجام نسبت به گاری ساکن می‌شود. از کار نیروی اصطکاک بین گاری و زمین چشم می‌پوشیم. در زمان T گاری و صندوق دارند با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند. کار نیروی خارجی (هل دادن) بین زمان صفر و T را با W، انرژی جنبشی گاری در لحظه‌ی T را با K_1، و انرژی جنبشی صندوق در لحظه‌ی T را با K_2 نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $K_1 + K_2 < W$
ب) $K_1 + K_2 = W$
ج) $K_1 < W < K_1 + K_2$
د) $K_1 = W$
ه) $W < K_1$

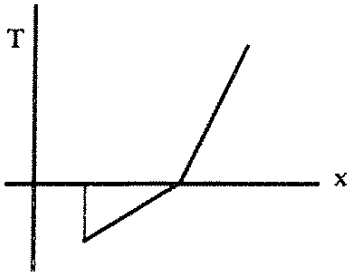
۲۰) یک جسم از مبدأ مختصات با سرعت v در راستای محور x (افقی) پرتاب می‌شود. محور y را قائم و رو به بالا می‌گیریم. این جسم در میدان گرانشی زمین حرکت می‌کند و پس از زمان T به نقطه‌ی (x, y) می‌رسد. در آزمایش‌های مختلف T را ثابت می‌گیریم و v را عوض می‌کنیم. با افزایش v،

الف) x ثابت می‌ماند و y کم می‌شود.
ب) x ثابت می‌ماند و y ثابت می‌ماند.
ج) x ثابت می‌ماند و y زیاد می‌شود.
د) x زیاد می‌شود و y کم می‌شود.
ه) x زیاد می‌شود و y ثابت می‌ماند.
و) x زیاد می‌شود و y زیاد می‌شود.

۲۱) یک متحرک روی سطح زمین حرکت می‌کند، چنان که اندازه‌ی سرعت آن ثابت است و جهت حرکت آن با شمال همواره زاویه‌ی ثابت α به سمت شرق می‌سازد. α بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از ۹۰° است. کدام گزینه درست است؟

الف) پس از مدت محدودی، این متحرک به شمال می‌رسد.
ب) اگر نقطه‌ی شروع حرکت در نیم‌کره‌ی جنوبی باشد، این متحرک از نیم‌کره‌ی جنوبی خارج نخواهد شد.
ج) این متحرک هرگز به قطب شمال نمی‌رسد.
د) این متحرک حتماً استوا را قطع خواهد کرد.

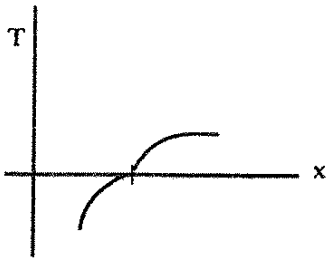
۲۲) سطح یک دریاچه یخ زده است. عمق دریاچه را یک‌نواخت می‌گیریم و فرض می‌کنیم انتقال گرما بین دریاچه و محیط فقط از سطح و کف دریاچه انجام می‌شود. رسانندگی گرمایی یخ و آب را هم ثابت می‌گیریم. در یک وضعیت نمودار دما (T) برحسب فاصله از سطح دریاچه (x) طبق شکل است. رسانندگی گرمایی یخ را با K_I و رسانندگی گرمایی آب را با K_W نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟



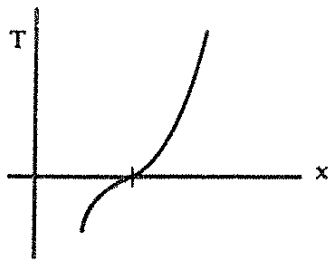
الف) $K_I < K_W$
ب) $K_I = K_W$
ج) $K_I > K_W$

۲۳) سطح یک دریاچه یخ زده است. عمق دریاچه را یک‌نواخت می‌گیریم و فرض می‌کنیم انتقال گرما بین دریاچه و محیط فقط از سطح و کف دریاچه انجام می‌شود. رسانندگی گرمایی یخ و آب را هم ثابت می‌گیریم. در وضعیتی که کلفتی یخ دریاچه دارد زیاد می‌شود، کدام‌یک از این گزینه‌ها ممکن است نمودار دما (T) برحسب فاصله از سطح دریاچه (x) باشد؟

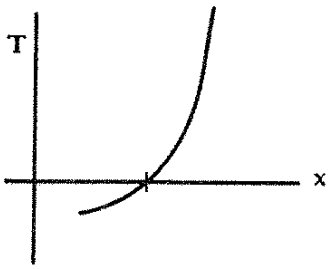
الف)



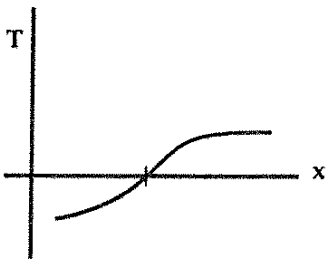
ب)



ج)



د)



۲۴) یک نفر که روی یک پله‌برقی ایستاده است، طی زمان T_1 از پایین پله‌برقی به بالای آن می‌رسد. اگر پله‌برقی خاموش باشد و این شخص با سرعت v از روی پله‌برقی بالا برود، مدت T_2 طول می‌کشد تا این شخص از پایین پله به بالای پله برسد. انرژی‌ای که این شخص در این حالت برای بالارفتن صرف می‌کند را با E_2 نمایش می‌دهیم. در حالتی که پله‌برقی روشن است و شخص با سرعت v نسبت به پله‌برقی از آن بالا می‌رود، انرژی‌ای که شخص صرف می‌کند تا از پایین پله‌برقی به بالای آن برسد E_3 است. $\frac{E_3}{E_2}$ چه‌قدر است؟

الف) $\frac{T_1}{T_2}$ ب) $\frac{T_2}{T_1}$ ج) $\frac{T_1}{T_1+T_2}$ د) $\frac{T_2}{T_1+T_2}$

۲۵) سیاره‌ی ۱ روی دایره‌ای به شعاع R_1 و سیاره‌ی ۲ روی دایره‌ای به شعاع R_2 حرکت می‌کنند. صفحه‌ی دایره‌هایکسان و مرکز دایره‌ها هم یکسان است. سرعت حرکت سیاره‌ها به‌ترتیب $R_1\omega_1$ و $R_2\omega_2$ است، که ω_1 و ω_2 ثابت‌اند. زاویه‌ی بین خط واصل سیاره‌ی ۱ با مرکز و خط واصل سیاره‌ی ۲ با مرکز را با θ نمایش می‌دهیم. مدتی که اندازه‌ی این زاویه کم‌تر از α است تقسیم بر مدت کل حرکت را با x نمایش می‌دهیم. α بین صفر و $\frac{\pi}{2}$ است و ω_1 و ω_2 با هم برابر نیستند. اگر مدت کل حرکت بسیار زیاد باشد، مقدار x چه‌قدر است؟

الف) $\frac{\omega_2}{\omega_1}\frac{\alpha}{\pi}$ ب) $\frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{\alpha}{\pi}$ ج) $\frac{\omega_1-\omega_2}{\omega_1+\omega_2}\frac{\alpha}{\pi}$

د) $\frac{\omega_1+\omega_2}{\omega_1-\omega_2}\frac{\alpha}{\pi}$ هـ) $\frac{\alpha}{\pi}$

۲۶) یک جسم در هوا سقوط می‌کند. به خاطر مقاومت هوا، پس از مدتی سرعت این جسم ثابت می‌شود. به این سرعت ثابت سرعت حد می‌گویند. فرض کنید سرعت حد برای دو قرص نازک به شعاع‌های R_1 و R_2، به ترتیب v_1 و v_2 است. سقوط این قرص‌ها چنان است که همیشه صفحه‌ی قرص افقی می‌ماند. دو قرص را به هم می‌چسبانیم، چنان که مرکز و صفحه‌ی دو قرص یکسان شود. دیده می‌شود برای سقوط این قرص چنان که صفحه‌ی آن همیشه افقی بماند، سرعت حد v است. با فرض $R_1 < R_2$، کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً $v > v_2$، و حالت‌هایی هست که $v < v_1$

ب) حتماً $v > v_2$ و $v > v_1$

ج) حتماً v بین v_1 و v_2 است.

د) حتماً $v < v_2$، و حالت‌هایی هست که $v > v_1$

ه) حتماً $v < v_2$ و $v < v_1$

۲۷) یک پرتابه از نقطه‌ی A در سطح زمین، با زاویه‌ی θ نسبت به افق چنان پرتاب می‌شود که به نقطه‌ی B در سطح زمین برسد. فرض کنید در اندازه‌ی سرعت پرتابه محدودیتی نداریم. فاصله‌ی A و B از هم R است. در نقطه‌ای روی پاره‌خط AB و به فاصله‌ی X از A یک دیوار به ارتفاع h هست، که پرتابه باید از روی آن بگذرد. محدوده‌ی θ برای اینکه پرتابه بتواند از روی دیوار بگذرد و به نقطه‌ی B برسد کدام است؟

الف) $\tan\theta < \dfrac{Rh}{X(R+X)}$

ب) $\dfrac{Rh}{X(R+X)} < \tan\theta < \dfrac{Rh}{XR}$

ج) $\dfrac{Rh}{XR} < \tan\theta < \dfrac{Rh}{X(R-X)}$

د) $\dfrac{Rh}{X(R-X)} < \tan\theta$

۲۸) براساس مشاهده، این واقعیت‌های تقریبی در مورد پستانداران دیده شده. تعداد ضربان قلب همه‌ی پستانداران طی عمرشان یکسان است. تعداد ضربان بر زمان با توان مصرف‌شده بر جرم متناسب است. توانی که یک پستاندار مصرف می‌کند با جرم آن به توان $\frac{۳}{۴}$ متناسب است. جرم وال آبی ۲۰۰ تن و جرم یک پستاندار بسیار کوچک ۲ گرم است. نسبت عمر وال آبی به عمر آن پستاندار کوچک کدام است؟

الف) ۰/۰۱ ب) ۰/۱ ج) ۱ د) ۱۰ ه) ۱۰۰ و) ۱۰۰۰

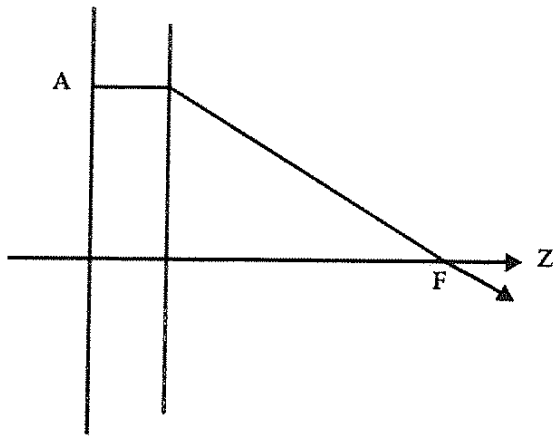
۲۹) چگالی یک مایع تابع فشار آن است، به این شکل که $\dfrac{\rho-\rho_0}{\rho_0} = \dfrac{P-P_0}{B}$. در این‌جا ρ چگالی در فشار P، ρ_0 چگالی در فشار P_0، و B پارامتری به اسم مدول کپه‌ای است. برای آب مدول کپه‌ای $۲ \times ۱۰^۹ \text{Pa}$ است. چگالی آب در سطح اقیانوس را با ρ_0، و چگالی آب در عمق ۱۰km را با ρ نشان می‌دهیم. $\dfrac{\rho-\rho_0}{\rho_0}$ چه‌قدر است؟

الف) ۰/۰۰۰۵ ب) ۰/۰۰۲ ج) ۰/۰۱
د) ۰/۰۵ ه) ۰/۲ و) ۱

۳۰) ترازهای انرژی یک سیستم به شکل $n(n+1)E$ است، که E یک مقدار ثابت مثبت است و n باید صحیح و نامنفی باشد. گذارهایی بین این ترازها را در نظر بگیرید که در آن‌ها انرژی آزاد شده کوچک‌تر از $11E$ است. تعداد این گذارها چندتا است؟ (دو گذار متمایز که انرژی آزاد شده در آن‌ها یکسان است را دو گذار بگیرید نه یکی.)

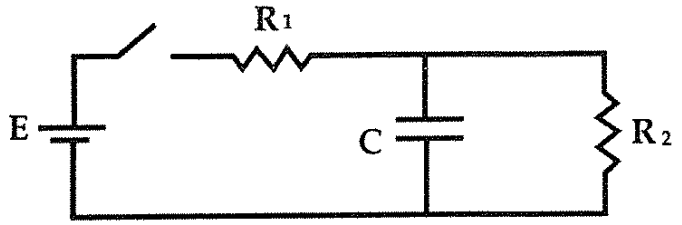
الف) ۱ ب) ۳ ج) ۵ د) ۷ ه) ۹ و) ۱۱

۳۱) یک باریکه‌ی نور عمود بر یک تیغه از یک ماده‌ی شفاف می‌خورد. بیرون این تیغه ضریب شکست یک است. این تیغه به شکل قرصی نازک به کلفتی Δ است. محور عمود بر این تیغه و گذرنده از مرکز آن را محور z می‌گیریم. ضریب شکست در تیغه تابع r (فاصله از محور z) است. باریکه‌ی نور وقتی از تیغه می‌گذرد هم‌گرا می‌شود. نقطه‌ای پشت تیغه روی محور z و در فاصله‌ی f از سطح پشتی تیغه هست که شدت باریکه در آن بیشینه است. این نقطه (F) چنان است که اگر پرتوی نوری از این باریکه در نقطه‌ی A به فاصله‌ی r از محور z وارد تیغه شود، درون تیغه موازی با محور z حرکت کند، و بیرون تیغه به خط مستقیم حرکت کند تا به نقطه‌ی F برسد، زمان لازم برای این که نور از A به F برسد مستقل از r است. با فرض این که ضریب شکست در تیغه روی محور z برابر n_0 است، $n(r)$ (ضریب شکست درون تیغه در فاصله‌ی r از محور z) کدام است؟



الف) $n_0 \dfrac{f}{\sqrt{f^2+r^2}}$ ب) $n_0 - 1 + \dfrac{f}{\sqrt{f^2+r^2}}$
ج) $n_0 + \dfrac{f-\sqrt{f^2+r^2}}{\Delta}$ د) $n_0\left(1+\dfrac{f-\sqrt{f^2+r^2}}{\Delta}\right)$
ه) $n_0 - \dfrac{r^2}{f\Delta}$ و) $n_0\left(1-\dfrac{r^2}{f\Delta}\right)$

۳۲) در مدار شکل، کلید به طور دوره‌ای قطع و وصل می‌شود، چنان که طی هر دوره زمان قطع‌بودن آن T_1 و زمان وصل‌بودن آن T_2 است. ظرفیت خازن آن‌قدر بزرگ است که ولتاژ خازن تقریباً مقدار ثابت V است. T_1 و T_2 چنان تنظیم می‌شوند که بار خازن در آغاز و پایان هر دوره‌ی قطع و وصل‌شدن کلید یکسان باشد. $\frac{T_1}{T_2}$ کدام است؟



الف) $\frac{E}{V}$ ب) $\frac{E}{V} - \frac{R_2}{R_1} - 1$

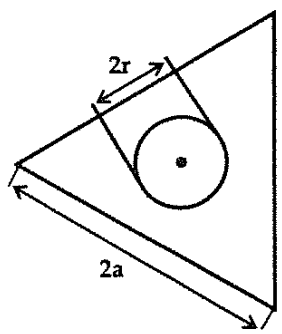
ج) $\frac{E}{V}\frac{R_2}{R_1} - 1$ د) $\frac{E}{V}\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} - 1$

ه) $\frac{E}{V}\left(\frac{R_2}{R_1} - 1\right)\frac{R_2}{R_1}$ و) $\left(\frac{E}{V} - 1\right)\left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)$

۳۳) فاصله‌ی پلوتن تا خورشید $۶ \times ۱۰^{۹}\text{km}$، فاصله‌ی زمین تا خورشید $۱/۵ \times ۱۰^{۸}\text{km}$، و شعاع پلوتن ۱۰۰۰km است. فرض کنید همه‌ی نور خورشیدی که به پلوتن می‌رسد از آن باز می‌تابد و به‌طور یکنواخت در فضا پخش می‌شود. شدت نور خورشید در سطح زمین را با I_1 و شدت نور خورشید بازتابیده از پلوتن در سطح زمین را با I_2 نشان دهیم. شدت نور یعنی توان نور تقسیم بر سطح عمود بر جهت تابش نور. $\frac{I_2}{I_1}$ به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟

الف) $۱۰^{-۸}$ ب) $۱۰^{-۱۱}$ ج) $۱۰^{-۱۴}$ د) $۱۰^{-۱۷}$ ه) $۱۰^{-۲۰}$

۳۴) شکل زیر مقطع منشوری از یک ماده‌ی شفاف به ضریب شکست n را نشان می‌دهد که در وسط آن یک سوراخ استوانه‌ای به شعاع r ایجاد شده است. روی محور این سوراخ رشته‌ای نورانی قرار گرفته است. منشور حول محور خود با سرعت ثابت می‌چرخد. ناظری که در نقطه‌ی M برای مدتی طولانی به دستگاه نگاه می‌کند، در چه کسری از زمان می‌تواند رشته‌ی نورانی را ببیند؟



• M

الف) $\frac{۱}{۳}$ ب) $\frac{a\sqrt{۳}}{۶r}$

ج) $\frac{۶r}{a\sqrt{۳}}$ د) $\frac{۳\arcsin\frac{۱}{n}}{۲\pi}$

ه) در تمام زمان‌ها

۳۵) یک گوی توپر به شعاع R از ارتفاع h روی یک سطح سخت می‌افتد و از صفحه‌ای که از مرکز گوی می‌گذرد می‌شکند. برای شکستن گوی لازم است پیوند بین مولکول‌هایی که از هم دور می‌شوند بشکند و شکستن هر پیوند مقدار معینی انرژی لازم دارد که به جنس ماده مربوط است. برای گوی‌های از جنس یکسان، کم‌ترین مقدار h برای شکستن گوی با R^α متناسب است. α چند است؟

الف) ۲− ب) ۱− ج) ۰ د) ۱ ه) ۲

۳۶) کش سبک ۱ به یک قلاب ثابت وصل است. از سر دیگر آن جرم m آویزان است. از سر دیگر جرم m هم کش سبک ۲ آویزان است. شتاب گرانش g است. کش ۲ را با نیروی T_2 به سوی پایین می‌کشیم، چنان که جرم m با شتاب a به سوی پایین حرکت کند. در این حالت کشش کش ۱ برابر T_1 می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) $T_1 < T_2$

ب) $T_1 = T_2$

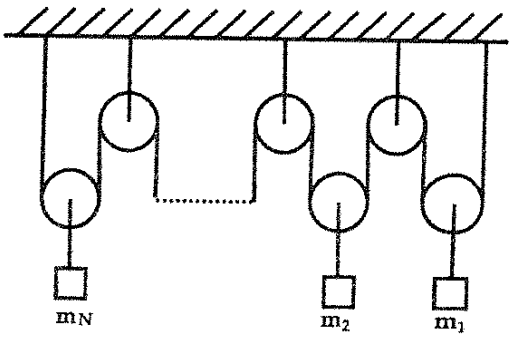
ج) $T_1 > T_2$

د) مواردی هست که $T_1 < T_2$ و مواردی هست که $T_1 > T_2$

۳۷) مطابق شکل ($N - 1$) قرقره‌ی ثابت به سقف بسته شده است. N قرقره‌ی متحرک هم داریم که به آن‌ها جرم‌های m_1 و m_2 و ... و m_N بسته شده است. M با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \cdots + \frac{1}{m_N}$$

از جرم قرقره‌ها و نخ‌ها چشم بپوشید.



کشش نخی که از همه‌ی قرقره‌ها می‌گذرد چه قدر است؟

الف) NMg ب) $\frac{1}{2}NMg$ ج) $2NMg$ د) Mg

۳۸) گلوله‌ای مستقیماً به سمت بالا پرتاب می‌شود و به ارتفاع h می‌رسد. سپس پایین می‌آید و به سطح زمین می‌خورد، و دوباره بالا می‌رود و این عمل تکرار می‌شود.

فرض کنید به علت برخورد با زمین، در هر بار بالا و پایین رفتن، ارتفاع گلوله f برابر شود ($f < ۱$). مسافت کل پیموده شده تقسیم بر زمان کل حرکت چه‌قدر است؟

الف) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱+f}$ ب) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱+\sqrt{f}}$ ج) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱-f}$ د) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱-\sqrt{f}}$

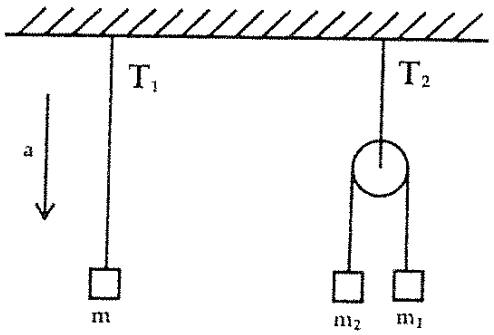
۳۹) جسمی روی یک سطح شیب‌دار بدون اصطکاک از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، چنان که جابجایی افقی آن مقدار ثابت d است. زمان این حرکت به زاویه‌ی سطح شیب‌دار با افق بستگی دارد. کم‌ترین مقدار این زمان چه‌قدر است؟

الف) $۲\sqrt{\frac{d}{g}}$ ب) $\sqrt{\frac{d}{g}}$ ج) $\sqrt{\frac{۲d}{g}}$ د) $\sqrt{\frac{d}{۲g}}$

۴۰) پرتابه‌هایی با سرعت یکسان v ولی با زاویه‌های متفاوت نسبت به افق، و همگی از سطح زمین پرتاب می‌شوند تا دوباره به سطح زمین برسند. یکی از این پرتابه‌ها بیش‌ترین طول مسیر را طی می کند. در مورد زاویه‌ی این پرتابه کدام گزاره درست است؟

الف) کم‌تر از ۴۵ درجه است.
ب) ۴۵ درجه است.
ج) بیش‌تر از ۴۵ درجه است.

۴۱) در دستگاهی که در شکل کشیده شده است از جرم قرقره‌ها و نخ‌ها چشم بپوشید. سقف با شتاب a پایین می‌آید. m چه‌قدر باشد تا $T_۱ = T_۲$ باشد؟



الف) $m_۱ + m_۲$ ب) $(m_۱ + m_۲)\left(\frac{g-a}{g}\right)$
ج) $\frac{۴m_۱m_۲}{m_۱+m_۲}$ د) $\frac{۴m_۱m_۲}{m_۱+m_۲}\left(\frac{g-a}{g}\right)$

۴۲) برد یک توپ که از نقطه‌ای بر روی سطح زمین با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ و زاویه‌ی ۴۵° نسبه به افق پرتاب می‌شود R است. مولفه‌ی قائم سرعت این توپ، پس از هر بار برخورد به زمین نصف می‌شود. اگر بخواهیم این توپ از همان نقطه‌ی قبلی و با همان سرعت اولیه‌ی $v_۰$ پرتاب شود و پس از n بار برخورد به زمین مسافت افقی R را طی کند، زاویه‌ی پرتاب آن نسبت به افق چه‌قدر باید باشد؟

الف) $\frac{۱}{۲}\arcsin\frac{۲^{n-۱}}{۲^n-۱}$ ب) $\frac{۱}{۲}\arcsin\frac{n}{۲^n-۱}$

ج) $\arcsin\frac{۱}{\sqrt{۲n}}$ د) $\arcsin\frac{۲^{n-\frac{۱}{۲}}}{۲(۲^n-۱)}$

۷.۲ مسئله‌های کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به دقت بخوانید.

در این مسئله‌ها باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی‌آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید. سپس خانه‌های مربوط به رقم‌های این عدد را در پاسخ‌نامه سیاه کنید. توجه کنید که رقم یکان عدد در ستون یکان، و رقم دهگان در ستون دهگان علامت زده شود.

مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی برحسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد $۲۶/۷\mu\text{F}$ را به‌دست آورده باشید. ابتدا آن را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به‌دست آید. سپس مطابق شکل پاسخ خود را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

هر مسئله ۱۰ نمره دارد. پاسخ نادرست در این بخش نمره‌ی منفی ندارد.

۱) در صفحه‌ی xy یک میدان الکتریکی یکنواخت هست. مختصه‌های نقطه‌های A، B و C و پتانسیل الکتریکی در هر کدام از این نقطه‌ها در زیر داده شده است.

$$A=\left|\begin{array}{l}x=۳\text{m}\\y=۵\text{m}\end{array}\right.\ V_A=۸\text{kV}, B=\left|\begin{array}{l}x=۳\text{m}\\y=۷\text{m}\end{array}\right.\ V_B=۱۲\text{kV},$$

$$C=\left|\begin{array}{l}x=۱\text{m}\\y=۱\text{m}\end{array}\right.\ V_C=۴\text{kV}$$

پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی $\left|\begin{array}{l}x=-۱\text{m}\\y=۱\text{m}\end{array}\right.$ چند کیلوولت است؟

۲) یک جسم در هوا سقوط می‌کند. به خاطر مقاومت هوا، پس از مدتی سرعت این جسم ثابت می‌شود. به این سرعت ثابت سرعت حد می‌گویند. فرض کنید انرژی تلف شده در اثر مقاومت هوا صرف گرم‌شدن جسم می‌شود. در نتیجه جسم گرم‌تر از هوای اطراف می‌شود. جسمی که از هوای اطراف گرم‌تر باشد، انرژی از دست می‌دهد. توانی که این جسم از دست می‌دهد $k(T-T_۰)$ است، که T دمای جسم، $T_۰$ دمای هوا، و k یک ثابت است. در یک آزمایش جرم جسم $۰/۱۰۰\text{kg}$، سرعت حد آن $۱۲/۰\text{m/s}$، و مقدار k برابر $۰/۲۱۰\text{W/K}$ است. شتاب گرانش هم $۹/۸۰\text{m/s}^۲$ است. در حالتی که T و $T_۰$ ثابت‌اند و جسم به سرعت حد رسیده $(T-T_۰)$ چند کلوین است؟

۳) دو مایع A و B را با هم مخلوط می‌کنیم. دیده می‌شود دو محلول ۱ و ۲ ساخته می‌شود که در محلول ۱ نسبت جرم مایع A به جرم کل محلول ۱ برابر $x_۱$ است، و در محلول ۲ نسبت جرم مایع A به جرم کل محلول ۲ برابر $x_۲$ است. در یک آزمایش جرم مایع A برابر m_A و جرم مایع B برابر m_B است و داریم

$$\frac{m_B}{m_A} = ۱/۲۵, \qquad x_۱ = ۰/۴۰, \qquad x_۲ = ۰/۸۰$$

جرم بخشی از مایع A که در محلول ۱ است چند درصد m_A است؟

۴) دایره‌ی یک به شعاع r و دایره‌ی دو به شعاع R در یک صفحه‌اند و مرکزشان هم یکسان است. این دایره‌ها پادساعت‌گرد حرکت می‌کنند، چنان که سرعت زاویه‌ای دایره‌ی یک ω و سرعت زاویه‌ای دایره‌ی دو Ω است. جسم A به دایره‌ی یک و جسم B به دایره‌ی دو چسبیده است، چنان که در زمان صفر A و B و مرکز دایره‌ها روی یک خط اند و مرکز بیرون پاره‌خط AB است. در زمان t جسم A از دایره‌ی یک جدا می‌شود و از آن پس نیرویی به آن وارد نمی‌شود. t چنان تنظیم شده که جسم A به جسم B برخورد کند. به‌ازای

$$r = ۱۰\,\text{cm}, \qquad R = ۲۰\,\text{cm}, \qquad \omega = ۰/۲\,\text{rad/s}, \qquad \Omega = ۰/۱\,\text{rad/s}$$

کوچک‌ترین مقدار مثبت t چند ثانیه است؟

۵) یک خازن غیرخطی عنصری است که بار ذخیره‌شده در آن تابع ولتاژ است، اما نسبت بار به ولتاژ ثابت نیست. یک خازن غیرخطی داریم که در آن رابطه‌ی بار (Q) با ولتاژ (V) به شکل $Q = \alpha V^۳$ است. ولتاژ این خازن $V = \beta t$ است، که t زمان است. به‌ازای

$$\alpha = ۲۵\frac{\mu\text{F}}{\text{V}^۲}, \qquad \beta = ۱\frac{\text{V}}{\text{s}}$$

در $t = ۱\text{s}$ توان واردشونده به خازن چند میکروات است؟

۶) در یک ظرف خالی (که در آن هوا هم نیست) مقداری آب به جرم m می‌ریزیم و در ظرف را می‌بندیم. حجم ظرف ثابت است، دیواره‌های ظرف نارسانای گرمایند، و دمای اولیه‌ی آب $T_۰$ است. بخشی از آب بخار می‌شود تا فشار درون ظرف به P برسد. در این حالت دمای آب و بخار T است. گرمای ویژه‌ی آب c، گرمای نهان ویژه‌ی تبخیر آب L_V، و جرم مولی آب M است. حجم ظرف V است، از حجم آب در برابر حجم ظرف چشم می‌پوشیم، و بخار آب را گاز کامل می‌گیریم. ثابت جهانی گازها R است. به‌ازای

$$m = ۱/۰۰ \times ۱۰^{-۳}\text{kg}, \quad P = ۳/۳۰ \times ۱۰^{۳}\text{Pa}, \quad T = ۳/۰۰ \times ۱۰^{۲}\text{K},$$

$$c = ۴/۲ \times ۱۰^{۳} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}, \quad L_V = ۲/۴ \times ۱۰^{۶} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}, \quad M = ۱/۸ \times ۱۰^{-۲} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$$
$$V = ۱/۰۰ \times ۱۰^{-۳}\mathrm{m}^{۳}, \qquad R = ۸/۳۱ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{molK}}$$

مقدار $(T_۰ - T)$ چند کلوین است؟

۷) یک میله را در نظر بگیرید، که طول آن (l) به دما (T) و فشار وارد بر دو سر آن (P) بستگی دارد:

$$l = l_۰ \left[۱ + \lambda(T - T_۰) - \frac{P - P_۰}{Y} \right]$$

این میله بین دو دیوار عمودی است که فاصله‌یشان از هم $l_۰$ است. میله بر دیوارها عمود است و ضریب اصطکاک ایستایی بین هر یک از دو سر آن با دیوار μ است. دیده می‌شود در دمای $T_۱$ میله در آستانه‌ی لغزش قرار می‌گیرد. شتاب گرانش g، و چگالی میله در دمای $T_۰$ و فشار $P_۰$ برابر $۱/۱۱ \times ۱۰^{۴} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^{۳}}$ است. به‌ازای

$$T_۱ - T_۰ = ۱۰\mathrm{K}, \quad P_۰ = ۱/۰۱ \times ۱۰^{۵}\mathrm{Pa}, \qquad l_۰ = ۲/۷۰ \times ۱۰^{-۱}\mathrm{m}$$
$$\lambda = ۱۰^{-۶}\mathrm{K}^{-۱}, \qquad Y = ۱۰^{۹}\mathrm{Pa}, \qquad g = ۹/۸۰ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{۲}}$$

مقدار (۱۰۰μ) چه‌قدر است؟