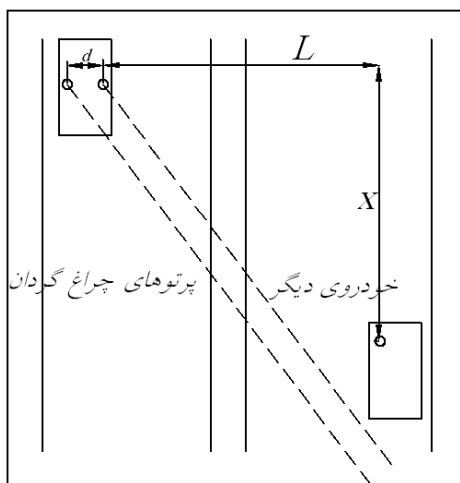


۱) چراغ گردان خوردوهای پلیس، متشکل از یک چراغ و یک آینه هم گرا است، به گونه ای که چراغ در نقطه کانونی آینه است و در نتیجه نور چراغ به صورت موازی از آینه می تابد. آینه با سرعت زاویه ای ω حول چراغ می چرخد، یعنی هر ثانیه به اندازه زاویه ω رادیان می چرخد. یک خودروی پلیس در یک سمت یک بزرگراه ایستاده است و روی آن دو چراغ گردان به فاصله d از هم قرار دارند. دو چراغ گردان با سرعت زاویه ای یکسان می چرخند و پرتوهای آنها با هم موازی است. خودروی دیگر، مانند شکل، در سوی دیگر بزرگراه ایستاده است. فاصله چراغ گردان نزدیکتر تا این سوی دیگر بزرگراه (که خودروی دوم ایستاده است) برابر L است. ($d \ll L$)

الف) پرتوهای دو چراغ گردان با اختلاف زمانی T به چشم راننده خودروی دوم می رسد. این اختلاف زمانی را بر حسب پارامترهای مسأله به تقریب به دست آورید و نمودار T را بر حسب x بکشید.

راهنمایی: برای زاویه های کوچک α می توانید فرض کنید $\sin \alpha \cong \tan \alpha \cong \alpha$ ، که بر حسب رادیان است.

ب) بیشینه این اختلاف زمانی، به ازای x های مختلف، چه قدر است؟ این مقدار را به ازای $L=30m$ و $d=1m$ و $\omega = 6 \frac{rad}{s}$



محاسبه کنید.

۲) مطابق شکل، روی یک میله نارسای نازک و بسیار بلند، بار الکتریکی مثبت به طور یکنواخت وجود دارد. چگالی طولی بار،

یعنی بار موجود روی واحد طول میله λ است. بار نقطه ای مثبت q را روی محور y و به فاصله r از میله در نظر بگیرید. طول میله چنان بلند است و r در مقایسه با طول میله چنان کم است که می توان طول میله را بی نهایت فرض کنید. می توان نشان داد

که در این شرایط اندازه میدان ناشی از بارهای روی میله، در محل بار نقطه q ، از رابطه $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ به دست می آید.

الف) جهت میدان E را به دست آورید. (راهنمایی: بار توزیع شده روی میله را می توان متشکل از تعداد زیادی بار نقطه ای پهلوی هم در نظر گرفت که هر کدام یک میدان الکتریکی ایجاد می کنند).

ب) نیروی الکتریکی وارد بر بار q را به دست آورید. این نیرو را F_E می نامیم.

اکنون فرض کنید بار q و نیز میله باردار در جهت محور x با سرعت ثابت u حرکت کند. از نظر ناظر ساکن نسبت به محور x حرکت میله مانند عبور جریان الکتریکی از میله است. این جریان را I می نامیم.

ج) جریان الکتریکی I را به دست آورید.

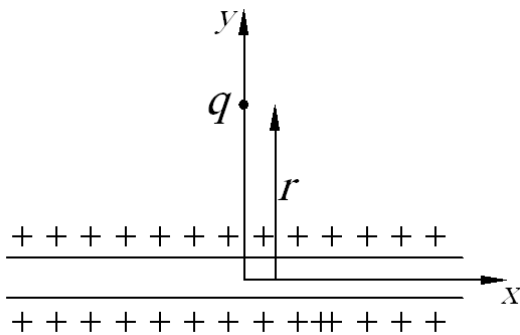
د) میدان مغناطیسی حاصل از جریان I را در نقطه ای به فاصله r از میله به دست آورید.

ه) نیروی مغناطیسی وارد بر بار q را به دست آورید. این نیرو را F_B می نامیم.

و) برای ناظر ساکن نسبت به محور x ، دو نیروی الکتریکی F_E و مغناطیسی F_B بر بار نقطه ای q وارد می شود. فرض کنید نیروی

F_E مانند قسمت (ب) باشد. برآیند دو نیروی F_E, F_B را به دست آورید. این نیرو را F می نامیم.

ز) نسبت $\frac{F}{F_E}$ را حساب کنید.



(۳) ستونی از یک ماده به طور عمودی روی زمین گذارده شده است. این ستون به خاطر وزن خودش فشرده می‌شود. فاصله هر نقطه از این ستون تا سطح زمین در حالت فشرده نشده را با x نشان می‌دهیم. فاصله همین نقطه تا سطح زمین در حالت شرده شده را با $z(x)$ نشان می‌دهیم. ستون را می‌شود به شکل N فنر متوالی در نظر گرفت، که طول فشرده شده هر یک $\Delta x = \frac{L}{N}$ ، و ثابت فنر هر یک Nk است. L طول ستون است در حالی که فشرده نشده باشد. هرچه N بزرگتر باشد این مدل به واقعیت نزدیکتر می‌شود.

الف) نیروی کشش یکی از فنرها را بر حسب Δx (طول فنر در حالت عادی) و Δz (طول فنر در حالت فشرده شده) به دست آورید.

ب) N را به سمت بی نهایت میل دهید و نیروی کشش در نقطه ای x را به دست آورید.

فرض کنید چگالی طولی ستون یکنواخت است. یعنی وزن بخشی از ستون به طول کشیده نشده D برابر است با $D\omega$ که ω ثابت است.

ج) شرط تعادل را برای قسمتی از ستون که بالای نقطه x است بنویسید، و z را بر حسب x به دست آورید.

د) تغییر طول ستون را در اثر فشردگی حساب کنید.

ه) به جای ستون، فنر بدون جرم قائمی با ثابت K را در نظر بگیرید که روی آن باری به وزن ωL (وزن ستون قبلی) گذاشته‌اند.

تغییر طول این فنر در اثر این بار چه قدر است؟

۴) جسمی به جرم 1kg روی سطحی افقی ساکن است. ضریب اصطکاک ایستایی $0/8$ و ضریب اصطکاک جنبشی $0/5$ است.

در مرحله اول، از زمان $t=0$ تا $t=20\text{s}$ ، نیروی متغیر F به جسم وارد می‌شود و داریم $F = \alpha t$ ، که در آن $\alpha = 0.5 \frac{N}{s}$

می‌باشد. در مرحله دوم، نیرویی با اندازه ثابت یک نیوتن در همان جهت نیروی اول وارد می‌شود. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

الف) نمودار نیروی اصطکاک بر حسب زمان، و نمودار شتاب جسم بر حسب زمان را تا پایان مرحله اول بکشید.

ب) با توجه به این که مساحت زیر نمودار شتاب- زمان برابر با تغییر سرعت متحرک است، سرعت جسم در پایان مرحله اول

حرکت چه قدر است؟

ج) جسم در چه زمانی دوباره به حالت سکون می‌رسد؟

د) نمودار نیروی اصطکاک بر حسب زمان، و نمودار شتاب بر حسب زمان را برای قسمت دوم حرکت جداگانه بکشید.

۵) درون مایع، هر مولکول با مولکولهای مجاور خود بر هم کنش دارد و به خاطر این برهم کنش، انرژی پتانسیل هر دو مولکول هم سایه U است، که U مقداری مثبت است. تعداد همسایه‌های مولکولهای سطح آزاد مایع کمتر از تعداد همسایه‌های مولکولها در عمق مایع است. بنابراین انرژی پتانسیل یک توده مایع به شکل دلخواه و حجم V ، که بیرون مایع است (یعنی اطراف آن خالی است) با انرژی پتانسیل مایعی به همان حجم و همان شکل، که درون مایعی از همان جنس است فرق می‌کند. انرژی پتانسیل در حالت اول منهای انرژی پتانسیل در حالت دوم انرژی سطحی می‌نامند. این انرژی برابر است با τS ، که در آن S مساحت سطحی بیرونی همان توده مایع و τ کشش سطحی است. به عنوان یک مدل، فرض کنید مولکولهایی که فاصله آنها با سطح مایع کمتر از α است هم سایه ندارند، و مولکولهایی که فاصله آنها تا سطح مایع بیش از α است. هر کدام N همسایه دارند. تعداد مولکولها بر واحد حجم مایع n است

الف) انرژی پتانسیل متناظر با یک مولکول درون مایع دور از سطح مایع را حساب کنید.

ب) انرژی سطحی مایعی با مساحت سطح بیرونی S را حساب کنید، و از آنجا کشش سطحی مایع را به دست آورید. ابعاد توده مایع را خیلی بزرگتر از α بگیرید.

گرمای نهان تبخیر مایع به خاطر آن است که وقتی مولکولهای مایع از آن می‌گریزند، برهم کنش آنها با مولکولهای هم سایه از بین می‌رود، و به این ترتیب انرژی پتانسیل آنها تغییر می‌کند. چگالی مایع را ρ بگیرید.

ج) گرمای نهان تبخیر مایع (یعنی گرمای لازم برای تبخیر واحد جرم مایع) را حساب کنید.

د) گرمای نهان تبخیر آب 2000 kJ/kg ، کشش سطحی آن 0.07 N/m و چگالی آن $\frac{1000 \text{ kg}}{m^3}$ است. مقدار α را برای آب

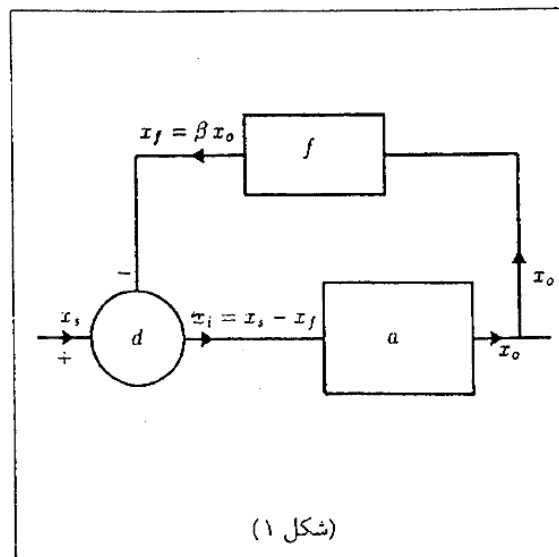
حساب کنید.

۶) فردی می‌خواهد با قایق از یک طرف رودخانه‌ای به عرض $d=50m$ به طرف دیگر آن برود. سرعت پارو زدن او نسبت به آب ساکن $v=3\frac{m}{s}$ است. او در چه جهتی پارو بزند تا طول مسیرش به سمت دیگر رودخانه کوتاهترین مقدار باشد. مسأله را برای دو حالت دیگر حل کنید.

الف) سرعت آب رودخانه $u=2\frac{m}{s}$ است. ب) سرعت آب رودخانه $u=4\frac{m}{s}$ است.

۷) اجزای به کار رفته در شکل (۱) به شرح زیر است: a یک تقویت کننده است که با دریافت علامت ورودی x_i علامت خروجی x_o را می‌دهد. f مقدار پسخوراند (*Feedback*) است که کسر β از علامت خروجی را به ورودی برمی‌گرداند، یعنی $x_f = \beta x_o$. d یک تفریق کننده است که حاصل از تفریق x_f از x_s را به ورودی تقویت کننده می‌دهد. x_s از یک چشمه ناشی می‌شود. x ممکن است ولتاژ یا جریان باشد. x_f , x_s , x_i ممکن است ولتاژ یا جریان باشند. بهره تقویت کننده بدون پسخوراند، A ، و بهره تقویت کننده با پسخوراند، A_f با رابطه‌های زیر تعریف می‌شوند:

$$A = \frac{x_o}{x_i} \quad x_f = \frac{x_o}{x_s}$$



الف) A_f را بر حسب A, β به دست آورید.

در شکل (۲) مدار معادل یک تقویت کننده با پسخوراندن نشان داده شده است. در این مدار $x_o = V_o$

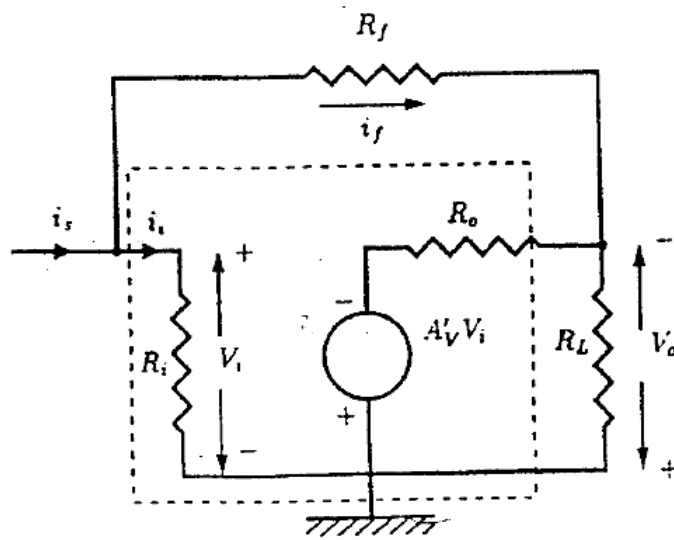
ولتاژ است، و $x_i = i_i$ ، $x_s = i_s$ ، $x_f = i_f$ جریان اند. نماد $A'_V V_i$ یک چشمه ولتاژ است، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن، با قطب بندی مشخص شده در شکل $A'_V V_i$ است که A'_V عدد ثابتی است.

ب) با این فرض که $\frac{V_o}{V_i} \gg 1$ باشد، β را به دست آورید.

برای به دست آوردن A_f ابتدا لازم است A یعنی بهره تقویت کننده بدون پسخوراندن را تعیین کرد. برای این کار، باید اثر پسخوراندن، یعنی انتقال علامت از خروجی به ورودی را حذف کرد. اما تأثیر مقاومت R_f در مدار ورودی و مدار خروجی تقویت کننده را به حساب آورد. می توان نشان داد که اگر $R_f \gg R_i$ و $R_f \gg R_L$ باشد، مدار مورد نظر مداری است که با حذف R_f به دست می آید.

ج) با فرض بالا، مدار مورد نظر را رسم کنید.

د) A و سپس A_f را حساب کنید.



(شکل ۲)