



جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جستجو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

معاونت دانش پژوهان جوان

اینجانب (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۱۹ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب (منشی حوزه) تعداد برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

بیست و نهمین دوره المپیاد فیزیک -

تاریخ : ۱۳۹۵/۲/۷ - ساعت: ۹:۱۵ مدت: ۲۱۰ دقیقه

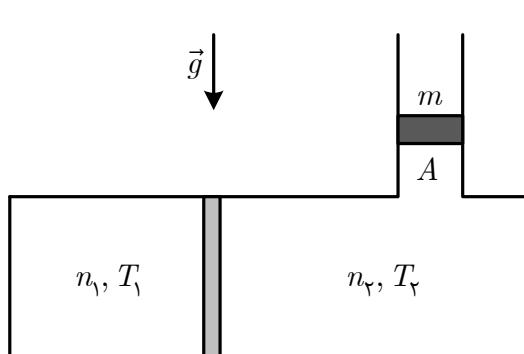
شماره صندلی



توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- ۱ این پاسخنامه به صورت نیمه کامپیوترا تصحیح می شود، بنابراین از مچاله و کثیف کردن آن خودداری نمایید.
- ۲ مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخنامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، مراقبین را مطلع نمایید.
- ۳ پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- ۴ با توجه به آنکه برگه های پاسخنامه به نام صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویس، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.
- ۵ عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید.
- ۶ در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشد از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهد شد.
- ۷ از مخدوش کردن دایره ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- ۸ همراه داشتن هرگونه کتاب، جزو، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۹ آزمون مرحله دوم برای دانش آموزان سال دوم دیبرستان صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه سوم دیبرستان انتخاب می شوند.
- ۱۰ هر سوال این دفترچه ۱۰ نمره دارد.



(۱) دیواره‌ی ثابت رسانایی محفظه‌ی کاملاً عایق‌بندی شده‌ی مقابل را

به دو بخش با حجم‌های نامساوی تقسیم کرده است. در بالای بخش سمت راست لوله‌ای قرار دارد که پیستونی به جرم m و مساحت A , آن را کاملاً مسدود کرده و می‌تواند بدون اصطکاک درون لوله حرکت کند. فشار هوای بالای پیستون P_0 است. هر دو بخش حاوی گاز کامل تک اتمی‌اند. در ابتدا، در بخش چپ n_1 مول گاز با دمای T_1 و در بخش

راست n_2 مول گاز با دمای T_2 قرار دارد و $T_2 > T_1$. در این وضعیت پیستون در تعادل مکانیکی است. پیستون مانع از نفوذ گاز درون محفظه به هوا بیرون می‌شود. شتاب گرانش g و ثابت جهانی گازها R است. ظرفیت گرمایی پیستون و محفظه قابل صرف‌نظر است. پس از رسیدن دستگاه به حالت تعادل، پیستون به اندازه‌ی h بالاتر رفته است.

(آ) دمای نهایی دستگاه، T_f , را بر حسب داده‌های مسئله به دست آورید.

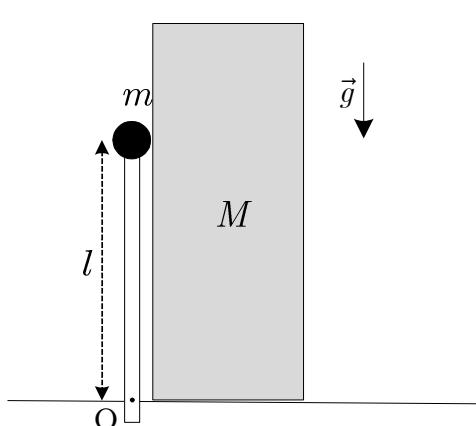
(ب) گرمای انتقالی از بخش چپ به بخش راست را بر حسب داده‌های مسئله به دست آورید.

(پ) ارتفاع h را بر حسب داده‌های مسئله به دست آورید.

(ت) به ازای $m = ۲\text{ kg}$, $T_2 = ۳۰ \times ۱۰^3 \text{ K}$, $T_1 = ۶۰ \times ۱۰^3 \text{ K}$, $n_2 = ۰/۰۳\text{ mol}$, $n_1 = ۰/۰۵\text{ mol}$

$R = ۸/۳ \text{ J/mol.K}$, $P_0 = ۱۰ \times ۱۰^۵ \text{ Pa}$, $A = ۴۹ \text{ cm}^2$, $g = ۹/۸ \text{ m/s}^2$

در کلیه‌ی قسمت‌های قبل را به دست آورید.



(۲) در دستگاه شکل مقابل جرم نقطه‌ای m به انتهای میله‌ی قائم سبکی به

طول l متصل است. انتهای دیگر میله در نقطه‌ی O به سطح یک میز افقی

لولا شده است و لولا اصطکاک ندارد. جرم m می‌تواند روی دیواره‌ی قائم مکعب

مستطیلی به جرم M که روی میز افقی قرار گرفته است، بلغزد. اصطکاک بین جسم

M و سطح افقی و نیز اصطکاک بین جسم m و دیواره‌ی قائم مکعب مستطیل

ناچیز است. دستگاه از حال سکون رها می‌شود و بر اثر ضربه‌ی کوچکی به حرکت در

می‌آید. پس از چرخش میله‌ی سبک به اندازه‌ی θ حول لولا (به سمت راست) جسم

از جرم نقطه‌ای m جدا شده و با سرعت ثابت v به حرکت خود ادامه می‌دهد.

$$(آ) \text{ با استفاده از پایستگی انرژی، نسبت } \frac{v^2}{gl} \text{ را بر حسب جرم‌ها و } \theta \text{ به دست آورید.}$$

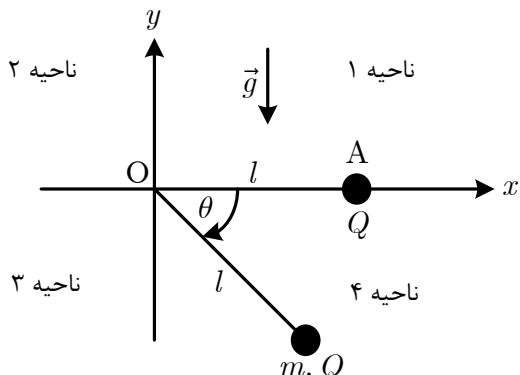
(ب) در لحظه‌ی جدا شدن جرم نقطه‌ای از مکعب مستطیل، نیروی وارد از طرف میله به جرم m چقدر است؟

$$(پ) \text{ نسبت } \frac{M}{m} \text{ را بر حسب } \theta \text{ به دست آورید.}$$

$$(ت) \text{ به ازای } \theta = 60^\circ \text{ مقدار عددی } \frac{M}{m} \text{ و } \frac{v^2}{gl} \text{ را حساب کنید.}$$

تذکر: اولاً در حرکت دایره‌ای با سرعت متغیر u ، همانند حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جانب مرکز $\frac{u^2}{R}$ است. ثانیاً می‌توان

نشان داد فرض بدون اصطکاک بودن لولا باعث می‌شود نیروی وارد شده به جرم m از طرف میله، در امتداد میله است.



(۳) در شکل مقابل بار الکتریکی ثابت Q در نقطه‌ی A روی محور x و به فاصله‌ی l از نقطه‌ی O قرار دارد. گلوله‌ی کوچکی به جرم m نیز دارای بار الکتریکی Q است. این گلوله به انتهای ریسمانی به طول l بسته شده و انتهای دیگر ریسمان به نقطه‌ی O متصل است. شتاب گرانش در جهت y- و مقدار آن g است، در یک وضعیت نامعین مطابق شکل زاویه‌ی ریسمان با محور x با θ نشان داده شده است.

(آ) در یک شکل دقیق، نیروهای وارد بر گلوله را برای زاویه دلخواه θ رسم کنید و مؤلفه‌های نیروی برآیند وارد بر

گلوله در جهت x و y را به دست آورید. در این حالت کشش ریسمان را T بگیرید.

ب) گلوله در زاویه‌ی θ به حالت تعادل قرار می‌گیرد. با محاسبه نشان دهید $\tan \theta = a \sin^n(\theta / 2)$

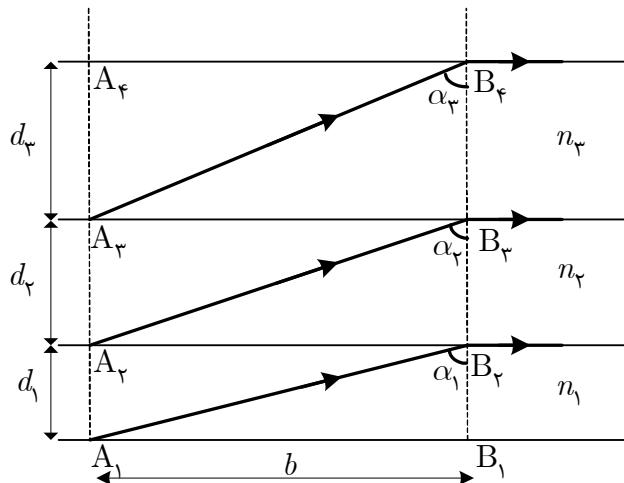
ثابت‌های a و n را به دست آورید.

پ) با ذکر دلیل، زاویه‌ی θ در کدام ناحیه یا ناحیه‌ها از صفحه‌ی $y - x$ می‌تواند باشد؟

ت) حال فرض کنید گلوله از زاویه‌ی θ به مقدار بسیار کوچک ϵ منحرف شود. برآیند نیروهای وارد بر گلوله در این حالت صفر نخواهد بود، بلکه مؤلفه‌ی کوچکی در امتداد عمود بر نخ دارد که می‌خواهد گلوله را به نقطه‌ی تعادل پرگرداند. با استفاده از روابط تقریبی،

$$\sin(\theta + \varepsilon) \approx \sin \theta + \varepsilon \cos \theta, \quad \cos(\theta + \varepsilon) \approx \cos \theta - \varepsilon \sin \theta, \quad (1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha \varepsilon$$

این نیرو را به دست آورید و با مقایسه‌ی آن با یک نوسانگر ساده به جرم m که تحت تأثیر نیروی بازگرداننده‌ی $-kx$ قرار دارد، پسامد زاویه‌ای نوسان‌های کوچک گلوله حول نقطه‌ی تعادل را بر حسب g ، l و θ_0 به دست آورید.



(۴) لایه‌های شفاف ۱، ۲ و با ضریب شکستهای n_1

n_2 و و ضخامت‌های d_1 ، d_2 و روی هم قرار دارند.

پرتوهای نور به طور همزمان از نقاط A_1 ، A_2 و که در

یک امتداد (عمود بر لایه‌ها) قرار دارند گسیل می‌شوند و به

طور همزمان به ترتیب به نقاط B_1 ، B_2 و می‌رسند.

نقاط B_1 ، B_2 و نیز در یک امتداد قرار دارند که عمود بر

لایه‌ها است. زاویه‌های α_1 ، α_2 و هر کدام زاویه‌ی حد

هستند به طوری که پرتوها پس از شکست همگی به موازات سطح جدایی لایه‌ها خواهند بود. مطابق شکل داریم

$$A_1 B_1 = A_2 B_2 = \dots = b$$

(۵) رابطه‌ای بین n_i ، n_{i+1} و n_{i+2} به دست آورید.

ب) ضخامت d_i را بر حسب n_i ، n_1 ، b و α_1 به دست آورید.



(۵) دو بازیکن والیبال در فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند. هنگام جداشدن توپ از دست هر بازیکن زاویه‌ی پرتاب نسبت به افق

θ است. برای سهولت توپ را یک جسم نقطه‌ای به جرم m بگیرید و از مقاومت هوا چشم بپوشید. دست بازیکن‌ها در یک ارتفاع قرار دارند و شتاب گرانش g است.

(۶) برای هر زاویه‌ی پرتاب دلخواه، انرژی جنبشی اولیه‌ی توپ، K ، را طوری حساب کنید که توپ درست روی دست بازیکن مقابل فرود آید. در یک نمودار برای K کمیت θ را بر حسب θ رسم کنید.

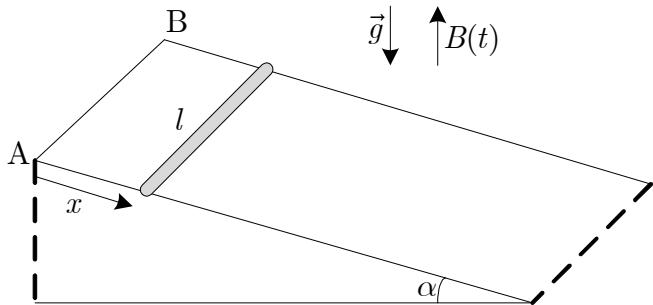
(ب) حال فرض کنید درست وسط دو بازیکن توری به ارتفاع h نسبت به محل ضربه زدن به توپ توسط بازیکن‌ها وجود داشته باشد. زاویه‌ی θ در چه بازه‌ای باشد تا توپ از روی تور عبور کند؟

(پ) کمترین مقدار K برای آن که توپ از روی تور عبور کند را $\frac{h}{d}$ بگیرید و آن را برای مقادیر مختلف θ به دست

آورید.

(ت) فرض کنید $\frac{h}{d} > K$ باشد. برای مقادیر مختلف θ به ازای هر انتخاب K چند انتخاب برای θ وجود دارد و در

چه بازه‌ای قرار دارند؟



۶) مطابق شکل دو ریل موازی به فاصله l از یکدیگر

قرار دارند، به طوری که زاویه‌ی هر کدام از ریل‌ها با افق α است. میله‌ای به جرم m و طول l می‌تواند بر روی ریل‌ها بدون اصطکاک به پایین بلغزد. میدان مغناطیسی متغیر نسبت به زمان $B(t)$ در امتداد قائم وجود دارد که

مقدار و جهت آن در همه جای فضای آزمایش یکسان است. ریل‌ها رسانای بدون مقاومت هستند و از بالا با سیم رسانای بدون مقاومت AB به هم وصل‌اند. میله دارای مقاومت الکتریکی R است. در لحظه‌ی دلخواه t میله به اندازه‌ی x از نقطه‌ی انتهایی ریل‌ها فاصله گرفته است، به طوری که در لحظه‌ی $t = 0$ داریم $x = 0$.

آ) نیروی مغناطیسی وارد بر میله را در لحظه‌ی دلخواه t به دست آورید و نیروهای وارد بر میله را بر روی شکل رسم کنید.

ب) با توجه به قانون حرکت نیوتون معادله‌ای بیابید که شتاب لحظه‌ای میله در امتداد ریل‌ها یعنی $\frac{d^2x}{dt^2}$ را بر حسب

$$\frac{dB}{dt}, \frac{dx}{dt}, B(t), x(t)$$

پ) با استفاده از معادله‌ی به دست آمده در بخش «ب» کمیت $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}B^2x^2)$ را حساب کنید.

ت) میدان $B(t)$ را چنان بیابید که میله با سرعت ثابت v پایین بیاید.

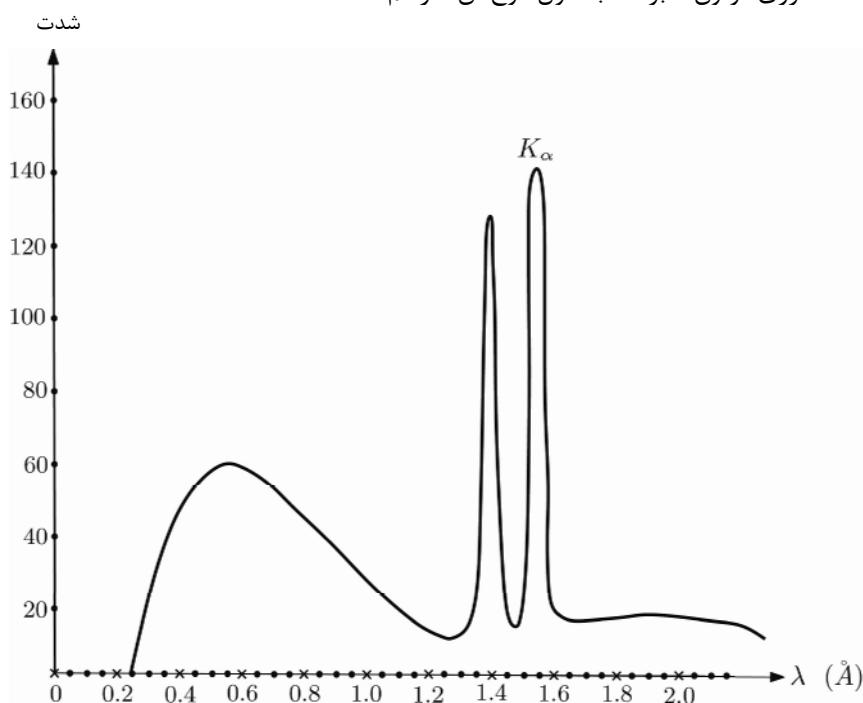
ث) میدان $B(t)$ را چنان بیابید که میله با شتاب ثابت a پایین بیاید. فرض کنید سرعت اولیه‌ی میله صفر است.



(۷) ممکن است بتوانید بخش‌هایی از این مسئله را مستقل از بخش‌های دیگر پاسخ دهید.

با استفاده از پرتو X می‌توان اطلاعاتی از چیدمان اتم‌ها یا مولکول‌ها در جامدات بلوری به دست آورد. برای تولید پرتو X الکترون‌هایی با انرژی E_e به یک ورقه‌ی مس تابیده می‌شود. الکترون‌ها با ورود به ورقه‌ی مس به علت برهم‌کنش با اتم‌های مس، فوتون‌هایی تابش می‌کنند که سبب کم شدن انرژی آن‌ها می‌شود. پُرانرژی‌ترین فوتون‌ها، انرژی‌ای برابر با الکترون فروودی دارند.

در شکل ۱ نمودار شدت انرژی فوتون‌ها بر حسب طول موج آن‌ها رسم شده است.



شکل ۱: شدت فوتون‌های آشکار شده بر حسب طول موج

(آ) با استفاده از شکل ۱، انرژی الکترون‌های فروودی، E_e را بر حسب eV تعیین کنید. ($hc = ۱۲۴۰۰ \text{ eV} \cdot \text{Å}^{\circ}$)

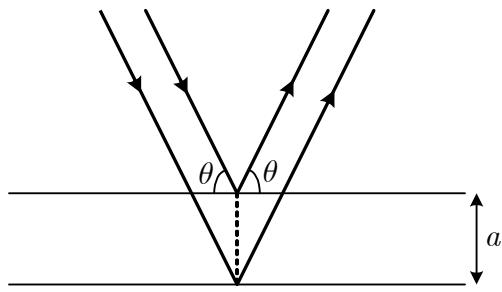
اگر الکترون فروودی با یکی از اتم‌های مس برخورد کنند، می‌تواند سبب برانگیختگی در آن شود. فوتون‌هایی که به این روش تولید می‌شود در شکل ۱ به صورت قله دیده می‌شوند.

(ب) از روی شکل ۱ طول موج مربوط به قله K_{α} را بخوانید و آن را بر حسب آنگستروم بنویسید. این طول موج را λ_{α} بنامید. در ادامه‌ی مسئله این پرتو X را به یک بلور می‌تابانیم.

همانطور که می‌دانید در هر بلور آرایه‌ی منظمی از اتم‌ها وجود دارد. اگر پرتو X را به یک بلور بتایانیم بلور به صورت مجموعه‌ای از صفحات موازی رفتار می‌کند که بخشی از پرتو X را بازمی‌تابانند و بخشی را عبور می‌دهند. به این صفحات، صفحات برگ



می‌گویند. اگر زاویهٔ پرتو X با صفحات برآگ مقادیر معینی باشد پرتوهای بازتابیده از صفحات برآگ با هم تداخل سازنده انجام می‌دهند.

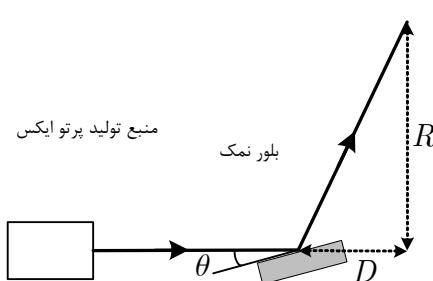


پ) فرض کنید θ زاویهٔ پرتو X با صفحات برآگ چنان است

که اختلاف راه دو پرتو در شکل ۲، برابر طول موج پرتو فروودی،

یعنی λ_α باشد. فاصلهٔ بین دو صفحه، a را بر حسب λ_α و θ بنویسید.

شکل ۲: بازتاب پرتوهای ایکس از یک دسته صفحات برآگ



ت) در آزمایشگاه نمی‌توان منبع تولید پرتوی X را چرخاند، بلکه نمونه را

می‌چرخانند. به شکل ۳ نگاه کنید. اگر مطابق شکل، فاصلهٔ بلور نمونه تا پرده D و بسیار بزرگتر از اندازهٔ نمونه باشد و پرتو خارج شده از بلور در حالت تداخل سازنده، در نقاطی به فاصلهٔ R از محل فرود پرتو اصلی،

به پرده برخورد کند، a را بر حسب طول موج λ_α و D بنویسید.

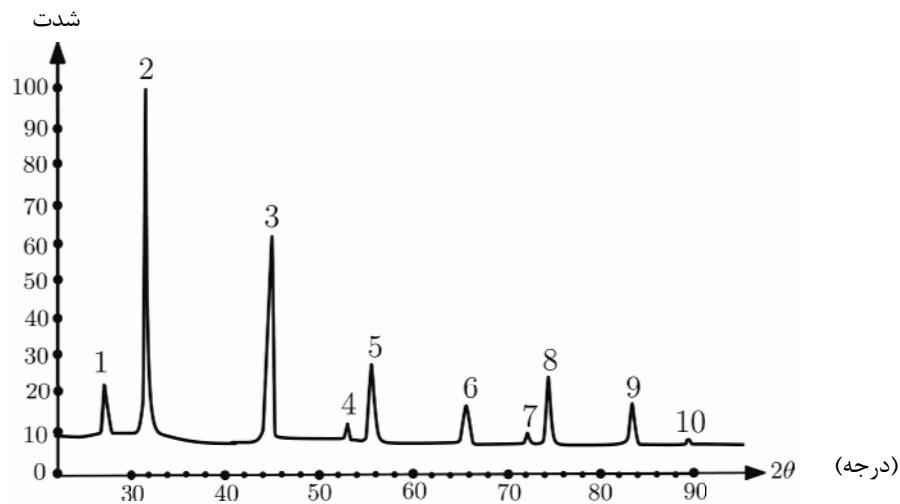
هر جامد بلوری دسته صفحات برآگ مختلفی دارد. به این ترتیب با چرخاندن نمونه ممکن است، بازتاب از هر یک از این دسته صفحات برآگ انجام شود و تداخل سازنده اتفاق بیفتد. صفحات مختلف در یک جامد با سه اندیس hkl مشخص می‌شوند. h , k و l می‌توانند اعداد طبیعی و صفر باشند. برای قرارداد فرض می‌کنیم $l \geq k \geq h$. برای یک نمونهٔ مکعبی با ثابت شبکهٔ d

فاصلهٔ صفحاتی که با اندیس hkl مشخص می‌شوند را می‌توان چنین نوشت

$$d_{(hkl)} = \frac{d}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

به شکل ۴ نگاه کنید. قله‌هایی که در شکل می‌بینید مربوط به تداخل سازنده ناشی از دسته صفحات برآگ مختلف بلور نمک است. هر کدام از قله‌ها در زاویهٔ انحراف 2θ از یک دسته معین صفحات برآگ رخ داده‌اند. برای بلور نمک، اندیس‌های h , k و l باید همگی زوج یا فرد باشند، مثلاً $(hkl) \equiv (931)$ و $(hkl) \equiv (640)$ اندیس‌هایی مجاز هستند.

ث) اندیس‌های hkl را برای قله‌های ۱، ۲ و ۳ در شکل ۴ تعیین کنید.



شکل ۴: پراش پرتوهای ایکس از دسته صفحات برآگ مختلف بلور نمک

ج) فرض کنید طول موج پرتوهای فروودی، λ_{α} باشد که در بخش «ب» خواندید. با استفاده از قله‌ی شماره ۲ از شکل ۴،

مقدار ثابت شبکه، d را حساب کنید. می‌توانید از نمودار $\sin x$ بر حسب x در شکل ۵ استفاده کنید.



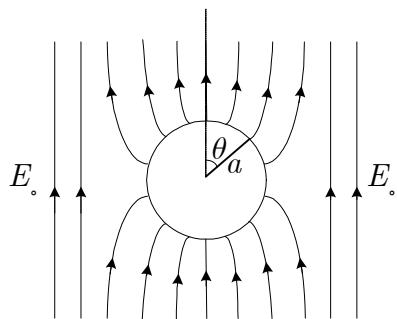
شکل ۵: نمودار $\sin x$ بر حسب x

نوشتن پاسخ این سوال را از صفحه بعدی آغاز کنید. چنانچه در این صفحه چیزی بنویسید تصحیح نخواهد شد.



(۸) فیلترهای الکترواستاتیک برای حذف ذرات غبار و خاکستر از دود کارخانجات و نیروگاهها هنگام عبور از دودکش و قبل از ورود به جو مورد استفاده قرار می‌گیرند. اساس کار این فیلترها به این صورت است که الکترودهای میله‌ای هوای اطرافشان را یونیزه می‌کنند و الکترون‌های تولید شده در این فرآیند به ذرات غبار می‌چسبند. بین الکترودها و صفحات جذب‌کننده، اختلاف پتانسیل بزرگی برقرار است. در نتیجه ذرات غبار به سمت صفحات جمع‌کننده جذب می‌شوند. این صفحات متناوباً تکان داده می‌شوند تا ذرات غبار چسبیده به آن‌ها در مخازنی که زیر آن‌ها قرار دارد تخلیه شود.

نیروهای وارد بر یک ذره‌ی غبار هنگام حرکت به سوی صفحات، نیروی الکتریکی و نیروی مقاومت هوا است. از نیروی وزن این ذرات به دلیل جرم بسیار کوچکشان صرف نظر می‌کنیم.



یک ذره‌ی غبار را مانند کره‌ی رسانایی به شعاع a در نظر می‌گیریم. اگر یک کره‌ی رسانای بدون بار الکتریکی خالص را در یک میدان الکتریکی خارجی یکنواخت E قرار دهیم بار الکتریکی با چگالی سطحی $\sigma(\theta) = 3\epsilon_0 E \cos \theta$ روی سطح اش القا می‌شود که مطابق شکل روبرو θ زاویه‌ی بین راستای میدان خارجی با شعاع کره در نقطه‌ای از کره است. به دلیل کوچکی ذرات غبار، میدان الکتریکی خارجی اطراف هر ذره‌ی غبار را تقریباً یکنواخت فرض کنید و مقدار آن را E در نظر بگیرید.

علاوه بر چگالی فوق باید چگالی یکنواخت بار ناشی از الکترون‌های جذب شده را نیز به حساب آورد.

(آ) فرض کنید مقدار بار منفی جذب شده به وسیله‌ی هر ذره‌ی غبار دقیقاً کمینه مقدار لازم باشد برای آن که چگالی بار

سطحی کل در هیچ نقطه‌ای از سطح مثبت نشود. بار الکتریکی خالص هر ذره‌ی غبار را بر حسب a , ϵ_0 و E حساب کنید.

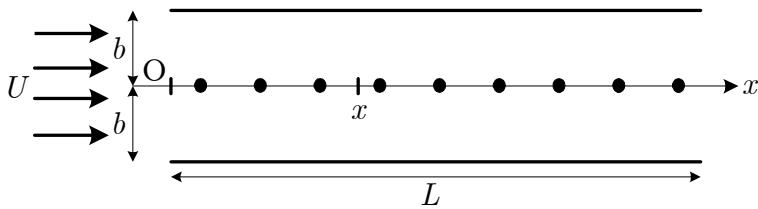
از طرفی نیروی مقاومت هوا هنگامی که کره‌ای به شعاع a با سرعت کم v در آن حرکت کند به صورت $6\pi\eta av$ است که η گرانروی هوا است. بدون در نظر گرفتن مقاومت هوا ذرات غبار بر اثر میدان الکتریکی بین الکترودها و صفحات جمع‌کننده شتاب



می‌گیرند. اما به دلیل وجود مقاومت هوا ذرات غبار بلافاصله به سرعت حدی ثابتی می‌رسند که سرعت سوق نام دارد و آن را با v_d نشان می‌دهیم.

ب) سرعت سوق ذرات غبار با بار الکتریکی محاسبه شده در قسمت «آ» را در نقطه‌ای که میدان الکتریکی خارجی E

است به دست آورید.



در شکل مقابل تصویر صفحات و الکترودها از بالا نشان داده شده است. الکترودها روی محور x قرار دارند و فاصله‌ی هر یک از صفحات جمع‌کننده از الکترودها b است. طول هر

صفحه L و عرض آن W است. ذرات غبار با سرعت یکسان U وارد فضای بین صفحات می‌شوند و در طول مسیر با همان سرعت حرکت می‌کنند. فرض کنید در حالت پایا چگالی غبار، یعنی تعداد ذرات غبار در واحد حجم، در نقطه‌ی x از دستگاه $n(x)$ باشد.

بر اثر جذب ذرات غبار توسط صفحات، $n(x)$ در طول دستگاه تغییر می‌کند.

پ) اگر سرعت سوق ذرات غبار در نزدیکی صفحات v_d باشد، تعداد ذرات غبار جذب شده در واحد زمان در طول

کوچک Δx حول نقطه‌ی x از دستگاه را به دست آورید.

ت) مقطعي از دستگاه بین x و $x + \Delta x$ را در نظر بگيريد. با توجه به تعداد ذرات جذب شده در اين فاصله، كمي

$$\frac{n(x + \Delta x) - n(x)}{\Delta x}$$

$$n(x) \text{ برای } n(x) \text{ به دست آورید. ضریب } c \text{ را بر حسب کمیت‌های معلوم بنویسید.} \quad \frac{dn(x)}{dx} = cn(x)$$

ث) $n(x)$ را به صورت تابعی از x , b , v_d , U و c بنویسید، که $n(0) = n_0$ است.

راهنمایی: تابعی که در معادله‌ای مانند $f(x) = f_0 e^{ax}$ صدق می‌کند که a در آن ثابت است به صورت

است که e عدد نپر نام دارد و مقدار آن تقریباً $2/72$ است.

$$\eta = \frac{n(0) - n(L)}{n(0)}$$



$$\varepsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ C/V.m} \text{ و } \eta = 2 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, E_0 = 5 \times 10^4 \text{ V/m}, a = 10 \mu\text{m}$$

(ج) به ازای مقدار عددی سرعت سوق ذرات غبار در نزدیکی صفحات را به دست آورید.

$2b$	L
.
.
.
.

در عمل تعداد صفحات جذب‌کننده و الکتروودها مطابق شکل مقابل می‌تواند بیشتر هم باشد.

(ح) فرض کنید در هر دقیقه 1800 m^3 دود وارد فیلتر می‌شود. به ازای $WL = 20 \text{ m}^2$ چند صفحه لازم است تا

$$\log_e(0.1) = -4/6 \text{ درصد شود؟}$$