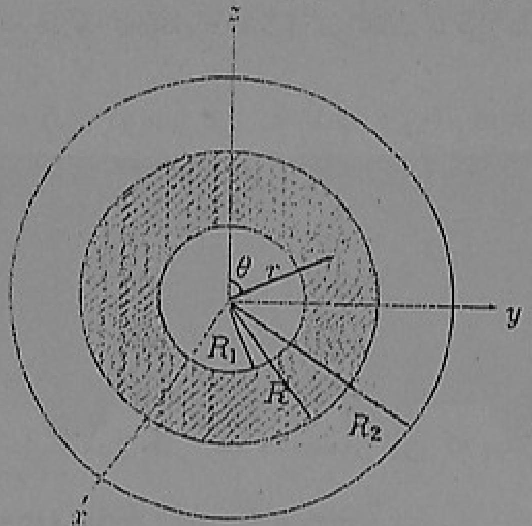
بسمه تعالی

امتحان اول المپیاد فیزیک (دوره‌ی دانش)

۸۷/۹/۱۲

وقت : ۳:۳۰

۱- یک خازن کروی متشکل از دو پوسته‌ی کروی رسانای هم‌مرکز به شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 که به ترتیب دارای بار $+Q$ و $-Q$ هستند، در نظر بگیرید. ناحیه‌ی $R_1 \leq r \leq R$ از حجم بین دو پوسته با یک دی الکتریک خطی و همسانگرد پر شده است.



فرض کنید ثابت دی الکتریک به صورت $K(r) = K_0 \frac{R}{r}$ متغیر باشد که در آن r فاصله‌ی یک نقطه داخل دی‌الکتریک تا مرکز خازن و K_0 و R ثابت‌اند:

آ) ظرفیت خازن را به دست آورید.

ب) چگالی بار سطحی آزاد روی دو رسانا چقدر است؟

پ) چگالی بار حجمی و سطحی قطبشی در داخل حجم و روی سطوح دی الکتریک چقدر است؟

فرض کنید ثابت دی الکتریک به صورت $K(\theta) = 1 + K_0 \cos^2\theta$ متغیر باشد که در آن θ زاویه یک نقطه داخل دی‌الکتریک با محور z و K_0 ثابت‌است. با توجه به این که میدان الکتریکی شعاعی است،

ت) ظرفیت خازن را به دست آورید.

ث) چگالی بار سطحی آزاد روی دو رسانا چقدر است؟

ج) چگالی بار حجمی و سطحی قطبشی در داخل حجم و روی سطوح دی الکتریک چقدر است؟

۲- ظرفی به حجم V شامل N ملکول گاز و در حالت تعادل است.

آ) احتمال یافت شدن یک ملکول در حجم v $(v < V)$ چقدر است؟

ب) احتمال این که در هر لحظه، n ملکول در حجم v قرار داشته باشد چقدر است؟

پ) جواب قسمت (ب) در صورتی که $v \ll V$ و $\bar{n} \ll N$ به چه شکلی در می‌آید، آن را به دست آورید.

ت) جواب قسمت (پ) در صورتی که $n \gg 1$ و $\bar{n} \gg n - \bar{n}$ به چه شکلی در می‌آید، آن را به دست آورید.

ث) اگر ظرف شامل 2 مول گاز باشد، احتمال این که بیش از $0.02 + 10^{-8}$ مول گاز در حجم $v = V/100$ وجود داشته باشد، چقدر است؟

در صورت نیاز:

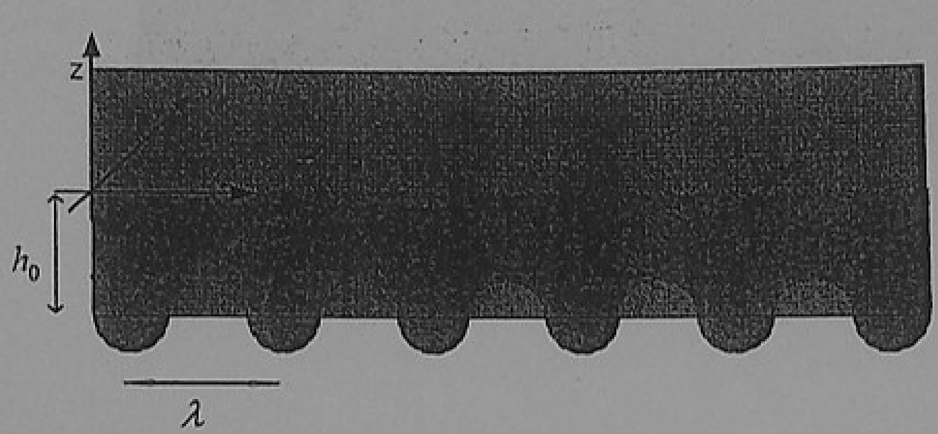
برای $x \gg 1$

$$2x\, e^{x^2} \int_x^\infty dt\, e^{-t^2} \approx 1$$

۳ـ

اندازهٔ کمینه قطرات آب، روی سقف یخچال

لایه ای از آب که بر سقف داخلی یخچال تشکیل شده است، می تواند به قطرات مجزای آب بدل شود. برای رخ دادنِ این پدیده، شرایطی لازم است، مثلا اینکه حاصل جمع انرژی برهمکنش آب با سقف یخچال (γ_{LS}) و کشش سطحیِ آب (γ)، بزرگتر از انرژی برهمکنش سقف یخچال با هوا (γ_{SG}) باشد. ما در این مسئله به بررسی شرایط مزبور نمی‌پردازیم و تنها شرایط اولیهٔ تغییر شکلِ لایهٔ آب را بررسی می‌کنیم. از این بررسی، حد پایینی برای ابعاد قطره ها بدست می آید. برای سادگی مدل سه بعدی را با مدلی دوبعدی جایگزین می کنیم، بدین ترتیب در راستای محور y تقارن داریم.



لایه بی‌نهایت بزرگی از آب به ضخامتِ یکنواختِ h_0، از پایین برروی سقف داخلی یخچال تشکیل شده است. شتاب میدان گرانش در جهت $-\hat{z}$ است. سطح این لایه را بصورت $h(x) = h_0 + \delta h \sin(2\pi \frac{x}{\lambda})$ مختل می کنیم.

الف – تغییر انرژی گرانشی و انرژی سطحی این مجموعه را در یک سلول واحدِ آن (ناحیه ای به طولِ λ در جهت محور x ها) تا مرتبه دوم نسبت به δh محاسبه کنید.

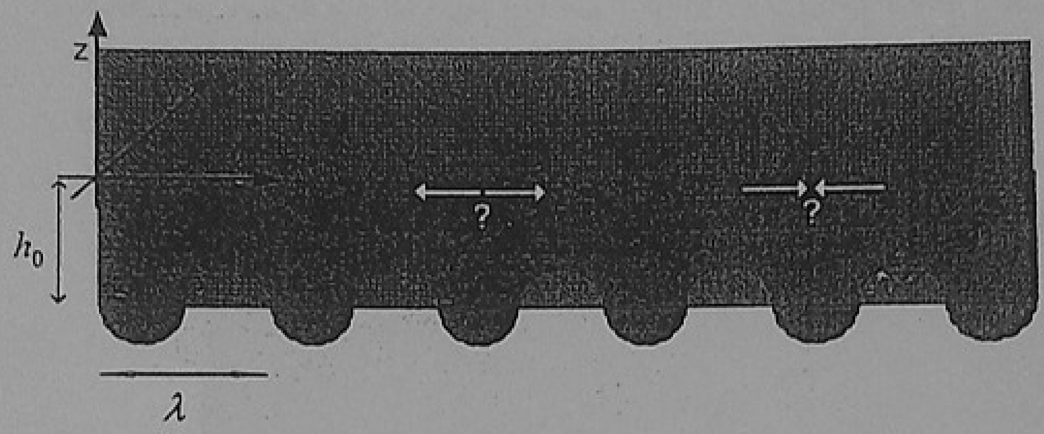
ب – نشان دهید، آستانه ای برای طول موجِ اختلال (λ) وجود دارد، بطوریکه برای λ های کمتر از آن لایهٔ آب ترجیح می‌دهد به حالت یکنواخت برگردد.

تصویری که در بخش ب بدست آمده، تنها برمبنای ملاحظات انرژی شکل گرفته است. برای بدست آوردن تصویری دقیقتر، به دینامیک مسئله نزدیکتر می شویم. براین مبنا فرض کنید سطح آب با اختلال $h(x) = h_0 + \delta h \sin(2\pi \frac{x}{\lambda})$ مختل شده است، اما آب هنوز به حرکت در نیامده و ساکن است. فرض کنید تابعیتِ فشار آب در راستایِ محورِ z ها، همچنان بصورتِ $-\rho g z$ باقی بماند و وجودِ سطحِ پایینیِ لایه، تنها آن را بصورتِ $P = P_0 - \rho g z + \mathbf{F}(x)$ تصحیح کند.

پ – با اعمال دقیقِ شرایطِ تعادلِ نیرو بر رویِ سطح پایینیِ لایه، $\mathbf{F}(x)$ را بیابید.

از آنجایی که $\mathbf{F}(x)$ تابع ثابتی بدست نمی‌آید، و درداخلِ لایهٔ آب نیز هیچ نیروی نیست که اثر آن را خنثی کند، $\mathbf{F}(x)$ موجب حرکتِ آب در جهت افقی میشود.

ت — حال، با فرضِ اینکه آب از ناحیهٔ پرفشار به کم فشار جاری میشود، صحتِ مقدارِ آستانه ای که در بخشِ ب برای λ بدست آوردیم را تحقیق کنید.



مسئله ۴

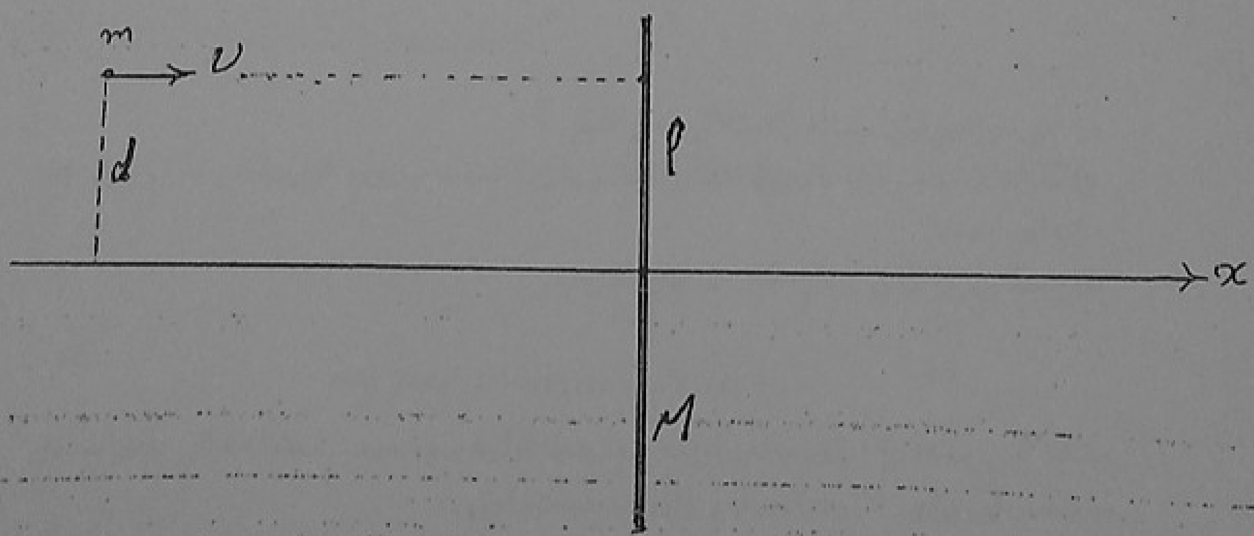
جرم نقطه ای m ضمن حرکت با سرعت ثابت v در صفحه افقی بدون اصطکاک به میله ای به جرم M ، طول $2l$ و لختی دورانی I برخورد کشسان می کند. در ابتدا مرکز میله به فاصله d از راستای حرکت جرم m قرار دارد و امتداد میله بر راستای حرکت m عمود است.

۱- بعد از برخورد سرعت m را v' ، سرعت مرکز جرم میله را V و سرعت زاویه ای میله را Ω بنامید و آنها را به دست آورید.

۲- نشان دهید بعد از برخورد مولفه افقی سرعت نقطه ای از میله که به طور لحظه ای در امتداد مسیر m است از v' بیشتر است. (به عبارت دیگر m دوباره از سمت چپ با میله برخورد نمی کند.)

۳- با فرض $v'>V$ چه شرایطی برقرار باشد تا نیمه پایینی میله بعد از چرخشی کمتر از یک دور از سمت چپ به جرم m ضربه بزند. اگر این اتفاق در چرخش اول نیفتاد، ایا ممکن است در چرخش های بعدی رخ دهد؟ تحت چه شرایطی؟

۴- بخش ۳ رابا فرض $V>v'$ حل کنید.



بسمه تعالی

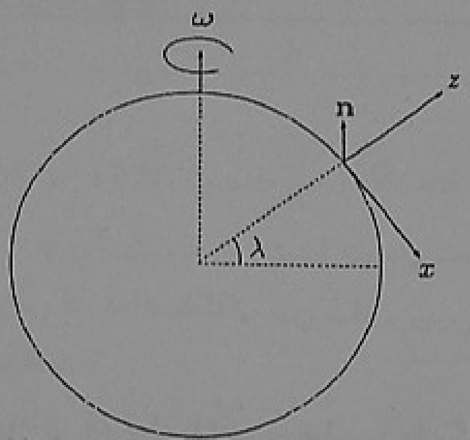
امتحان دوم المپیاد فیزیک (دوره‌ی ۱۰ ام)

وقت : ۵٫

۸۷/۱۰/۲۲

<u>مسئله‌ی 1)</u> اگر جسمی را پرتاب کنیم به خاطرِ نیروی کوریولیس بُردِ آن عوض می‌شود. فرض کنید جسمی را با سرعتِ اولیه‌ی v_0 و زاویه‌ی α نسبت به اُفق و به سمتِ <u>شرق</u> پرتاب می‌کنیم. بُردِ جسم چه‌قدر عوض می‌شود؟ فرض کنید بُرد آن‌قدر زیاد نیست که انحنای زمین مهم باشد. محورهای x، z و بردارِ $\mathbf{n}$ (جهتِ بردارِ ω) را مطابقِ شکل در یک صفحه بگیرید. محورِ y در راستای شرق است. مکان و سرعتِ اولیه‌ی پرتابه عبارت‌اند از

$$\mathbf{r}(0) = 0, \qquad \dot{\mathbf{r}}(0) = v_0 \cos\alpha \mathbf{j} + v_0 \sin\alpha \mathbf{k}.$$



می‌خواهیم این مسئله را اختلالی حل کنیم.

a) گلوله‌ای با سرعتِ 300 Km/h پرتاب می‌شود. نسبتِ نیروی کوریولیس به وزن از چه مرتبه‌ای است؟

b) بسطِ زیر را برای بردارِ مکان در نظر بگیرید.

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \omega \mathbf{r}_1(t) + \omega^2 \mathbf{r}_2(t) + \cdots$$

مشابهِ این بسط را برای مکانِ اولیه و سرعتِ اولیه بنویسید. معادله‌های دیفرانسیلِ جفت‌شده‌ای برای $\mathbf{r}_0(t)$، $\mathbf{r}_1(t)$ و $\mathbf{r}_2(t)$ به دست آورید.

راه‌نمایی: مکانِ اولیه و سرعتِ اولیه‌ها را هم تا مرتبه‌ی دومِ ω بنویسید.

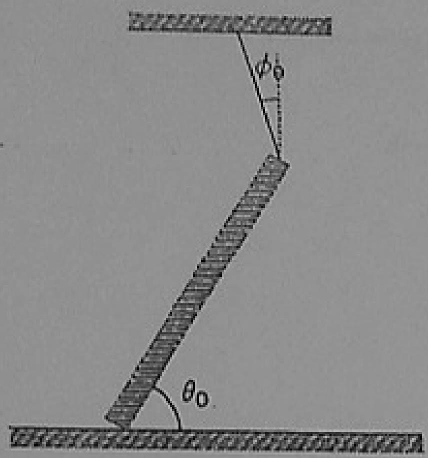
c) با حلِ معادله‌هایی که نوشته‌اید، $\mathbf{r}(t)$ را تا مرتبه‌ی دومِ ω به دست آورید.

d) زمانِ سقوط را تا مرتبه‌ی اولِ ω به دست آورید.

e) مؤلفه‌های بُردِ پرتاب R_x و R_y را تا مرتبه‌ی اولِ ω به دست آورید.

f) اگر نیروی کوریولیس را در نظر نگیریم، بُرد R_0 است. با در نظر گرفتنِ نیروی کوریولیس اندازه‌ی بُردِ پرتابه به اندازه‌ی ΔR عوض می‌شود. ΔR را تا مرتبه‌ی اولِ ω به دست آورید.

۲) میله‌ای به جرمِ m و طولِ $2l$ از یک طرف با ریسمانی آویزان است و طرفِ دیگرِ آن رویِ سطحی اُفقی قرار دارد.



a) فرض کنید اصطکاکِ بینِ میله و زمین ناچیز و میله در حالِ تعادل است. زاویه‌ي ϕ_0 چه‌قدر است؟

b) زاویه‌ای که میله با اُفق می‌سازد را θ_0 بگیرید. ریسمان را می‌بریم. آیا امکان دارد که سرِ میله که رویِ زمین است از زمین بلند شود؟ چرا؟

c) زمانی که میله اُفقی می‌شود سرعتِ مرکزِ جرمِ میله و سرعتِ زاویه‌ایِ میله چه‌قدر است؟

می‌خواهیم مسئله را دوباره بررسی کنیم.

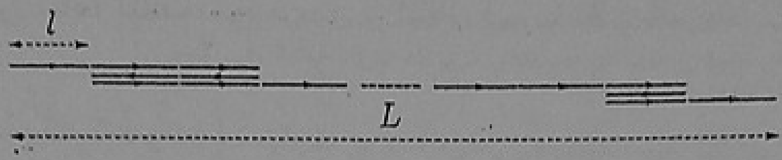
از این پس ضریبِ اصطکاکِ ایستایی و لغزشیِ بینِ میله و زمین را برابر با μ بگیرید.

d) اگر میله در آستانه‌ي لغزش باشد زاویه‌ي ϕ_0 چه‌قدر است؟

e) فرض کنید ضریبِ اصطکاک آن‌قدر هست که در ابتدا میله نمی‌لغزد. زاویه‌ای که میله با اُفق می‌سازد را θ_0 بگیرید. ریسمان را می‌بریم. آیا امکان دارد قبل از لیز خوردنِ میله، سرِ میله که رویِ زمین است از زمین بلند شود؟ چرا؟

f) ضریبِ اصطکاک چه‌قدر باشد تا در ابتدا میله نلغزد؟ به ازایِ $\theta_0 = \pi/4$، جوابِ خود را ساده کنید.

۴) یک مدل بسیار ساده و خام از یک کش، یک زنجیر یک‌بعدی از N حلقه‌ی یکسان هر کدام به طول l است. فرض کنید هر حلقه فقط دو حالت ممکن دارد: به سمت راست یا به سمت چپ. طول کش یعنی L، جابجایی خالص از ابتدای چپ‌ترین حلقه تا انتهای راست‌ترین حلقه است. فرض کنید حلقه‌ها در محل اتصال‌شان آزادانه می‌توانند حرکت و یکی از دو جهت را اختیار کنند.



آ) رابطه‌ای برای انتروپی این دستگاه بر حسب N ($N \gg 1$) و N_R ($N_R \gg 1$) تعداد حلقه‌هایی که جهت‌شان به سمت راست است، به دست آورید.

ب) L را بر حسب N، N_R و l بنویسید.

برای یک چنین دستگاه یک‌بعدی قانون اول ترمودینامیک به صورت

$$dU = T\,dS + F\,dL$$

نوشته می‌شود که که F نیروی کشش_کش است. وقتی نیروی F به سمت داخل است یعنی کش تمایل به جمع‌شدن دارد، F مثبت است.

پ) معادله‌ی حالت کش (یعنی رابطه‌ای بین F، L و T و سایر پارامترهای موجود) را به دست آورید.

ت) $\bar{l}$ را بر حسب l، F و T به دست آورید.

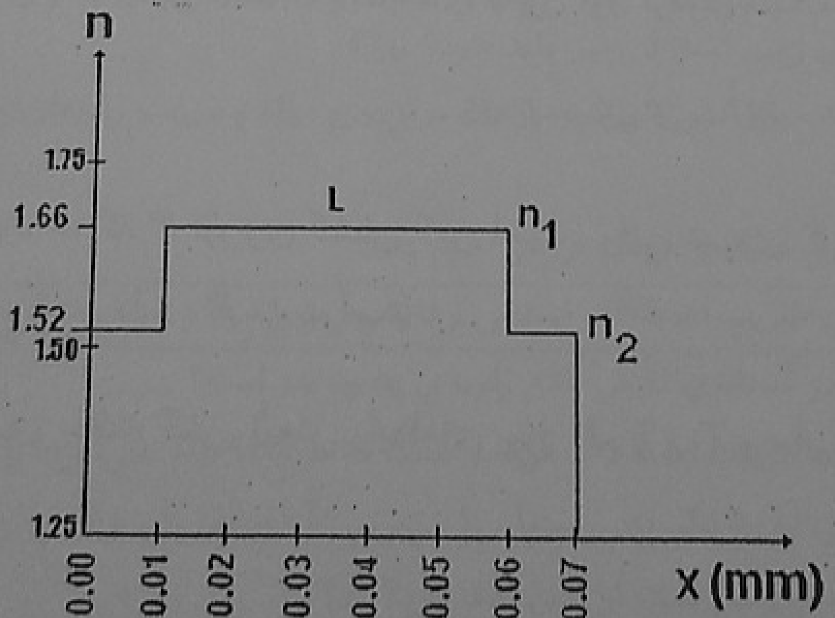
ث) در حد $L \ll Nl$ رابطه‌ی نیروی کشش با طول L را تا اولین جمله‌ی غیر صفر به دست آورید.

ج) به ازای یک نیروی کشش ثابت وقتی دما افزایش می‌یابد، کش تمایل به انبساط دارد یا به انقباض؟ چرا؟

۲) یک فیبر نوری با نمایه ضریب شکست پله ای بشکل زیر در نظر بگیرید. با فرض اینکه در صورت خم کردن این فیبر انحنای ایجاد شده از معادله یک دایره پیروی کند، حداقل شعاع انحنایی که بتوان فیبر را خم کرد و هنوز اتلاف قابل ملاحظه ای در شدت نور در حال انتشار در این فیبر ایجاد نشود را محاسبه کنید.

فرض ساده کننده: موج فرودی بر انتهای فیبر را تخت بگیرید.

(یعنی هنوز نور در فیبر منتشر شود)



مسئله‌ي ک) یک فرفره اسباب بازی به جرم m را با سرعت زاویه ای بزرگ ω_s حول محور تقارن خود به چرخش در آورده و آن را روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار داده ایم. فرفره بدون آن که مرکز جرمش بالا یا پایین برود حول محور قائمی که از مرکز جرم آن می گذرد با سرعت زاویه ای ثابت Ω حرکت تقدیمی می کند به طوری که زاویه محور فرفره با امتداد قائم همواره α بماند. گشتاورهای لختی اصلی فرفره نسبت به محورهایی که از مرکز جرم می گذرند به ترتیب I_s، $I_\perp$ و $I_\perp$ هستند و مرکز جرم فرفره به فاصله l از نوک آن قرار دارد.

جواب‌هاي خود را حتماً در جعبه‌هاي مربوطه در پاسخ‌نامه وارد کنید.

a) سرعت زاویه ای حرکت تقدیمی را در نخستین تقریب که در آن فرض می شود $\omega_s \gg \Omega$ به دست آورید. نتیجه را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

b) نخستین تصحیح به سرعت زاویه ای حرکت تقدیمی $\Delta\Omega$ را به دست آورید. نتیجه را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

c) برای $\omega \sim 10^2 s^{-1}$ و $l \sim 5cm$ مرتبه بزرگی Ω و $\Delta\Omega/\Omega$ را تخمین بزنید. نتیجه را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

نسبیت خاص

امتحان سوم المپیاد فیزیک (ورودی ۸۰ نفر)

۲۷/ ۱۱/ .

وقت :

۱) پوانکاره در سالِ ۱۸۹۶ مسئله‌ي حرکتِ یک ذره که فقط بارِ الکتریکی دارد را در حضورِ ذره‌ي دیگری که فقط بارِ مغناطیسی دارد حل کرد (تا کنون تک‌قطبی‌ي مغناطیسی مشاهده نشده.). فرض کنید تک قطبی‌ي مغناطیسی وجود دارد و ذره‌ای با بارِ الکتریکی‌ي q و جرمِ m در نقطه‌ي $\mathbf{r}_0$ و با سرعتِ اولیه‌ي $\dot{\mathbf{r}}_0$ در حضورِ بارِ مغناطیسی‌ي q_m که در مبدأ ساکن است، حرکت می‌کند. بارِ مغناطیسی را آن‌قدر سنگین فرض کنید که بتوان از حرکتِ آن چشم‌پوشی کرد. میدانِ مغناطیسی‌ي ناشی از بارِ مغناطیسی‌ي q_m، در فاصله‌ي $\mathbf{r}$، عبارت است از

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_m \mathbf{r}}{r^3}.$$

راه‌نمایی: روابطِ

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\times\mathbf{C} = \mathbf{C}\cdot\mathbf{A}\times\mathbf{B}, \quad \mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}).$$

ممکن است به دردتان بخورد.

a) بردارِ مکانِ بارِ الکتریکی را با $\mathbf{r}$ نمایش می‌دهیم. با استفاده از قانونِ نیوتن شتابِ آن را بر حسبِ $q, q_m, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \mu_0$ به دست آورید.

b) اندازه‌ي سرعتِ ذره $|\dot{\mathbf{r}}|$ را بر حسبِ شرایطِ اولیه به دست آورید.

c) بردارِ $\mathbf{J} = m\mathbf{r}\times\dot{\mathbf{r}} - C\frac{\mathbf{r}}{r}$ به ازای مقدارِ معینی از C، ثابتِ حرکت است. ثابتِ C چه‌قدر است؟ از این پس C را همین مقدار بگیرید. $|\mathbf{J}|$ را بر حسبِ $m, \mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0, q, q_m, \mu_0$ به دست آورید. θ زاویه‌ي بینِ $\mathbf{J}$ و $\mathbf{r}$ است. θ را بر حسبِ $|\mathbf{J}|, q, q_m, \mu_0$ به دست آورید.

d) شتابِ ذره را بر حسبِ $q, q_m, \mathbf{r}, \mathbf{J}, \mu_0, m$ به دست آورید.

e) بردارِ مکان را به دو بخشِ $\mathbf{r}_\parallel$، برداری در راستای $\mathbf{J}$، و $\mathbf{r}_\perp$، برداری عمود بر $\mathbf{J}$، تجزیه کنید. $\mathbf{r}_\parallel$ و $\mathbf{r}_\perp$ را بر حسبِ $\mathbf{r}, \mathbf{J}$ بنویسید.

f) $\ddot{\mathbf{r}}_\parallel$ را بر حسبِ $q, q_m, \mathbf{r}_\parallel, m, \mathbf{J}, \mu_0$ به دست آورید. $\ddot{\mathbf{r}}_\perp$ را نیز بر حسبِ $q, q_m, \mathbf{r}_\perp, m, \mu_0$ به دست آورید.

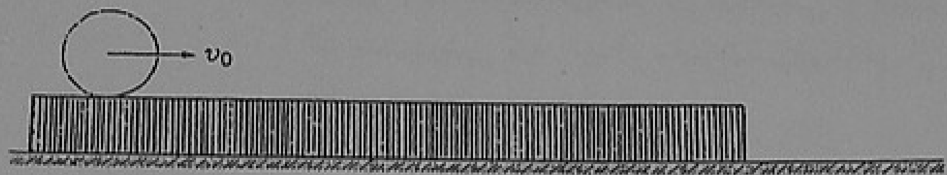
g) نشان دهید بردارِ $\mathbf{J}$ را می‌توان به صورتِ زیر نوشت

$$M\mathbf{r}_\perp \times \dot{\mathbf{r}}_\perp = \mathbf{J}.$$

ثابتِ M را به دست آورید.

h) محورِ z را $\hat{\mathbf{J}}$ و $\mathbf{r}_\perp = \rho\hat{\rho}$ بگیرید. با استفاده از تعریفِ $u := 1/\rho$، $\rho(\phi)$ را به دست آورید. ϕ زاویه‌ي سمتی در مختصاتِ استوانه‌ای است.

۲) در زمانِ $t = 0$، گلوله‌ای به جرمِ m، شعاعِ R و لختیِ دورانیِ $I = 2mR^2/5$ را با سرعتِ اولیه‌ی v_0 را رویِ یک تخته‌ی بلند به همان جرمِ m پرتاب می‌کنیم. ضریبِ اصطکاک بینِ گلوله و تخته را μ_1 و بینِ تخته و زمین را μ_2 بگیرید.



a) چه شرطی بینِ پارامترهایِ μ_1, μ_2 برقرار باشد تا تخته ساکن بماند؟

b) اگر شرطِ بندِ a) برقرار باشد چه زمانی غلتشِ گلوله آغاز می‌شود؟ این زمان را با T_1 نمایش دهید.

از این پس فرض کنید شرطِ بندِ a) برقرار نیست.

c) چه زمانی غلتشِ گلوله آغاز می‌شود؟ این زمان را با T_2 نمایش دهید. سرعتِ مرکزِ گلوله، v_1، سرعتِ زاویه‌ایِ گلوله، ω_1، و سرعتِ تخته، v_2، پس از مدتِ T_2 چه‌قدر است؟

d) بعد از گذشتنِ مدت‌زمانِ T_3 از شروعِ غلتش سرعتِ تخته صفر می‌شود. T_3 را به دست آورید. در این زمان سرعتِ مرکزِ گلوله، v_1'، و سرعتِ زاویه‌ایِ گلوله، ω_1'، چه‌قدر است؟

۳)

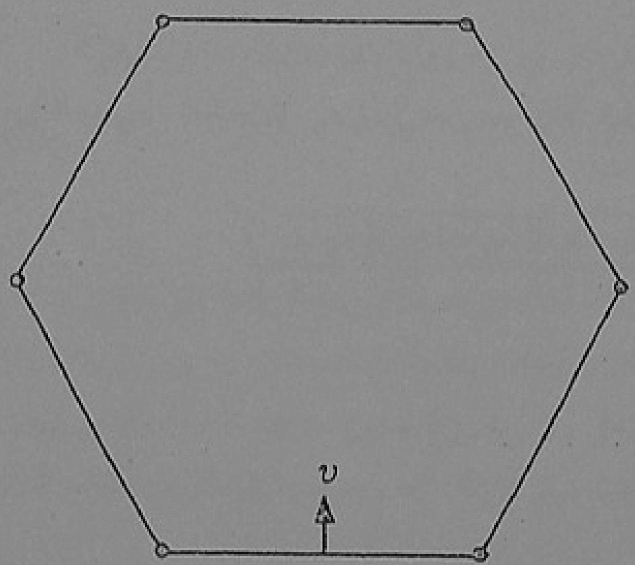
درون مادهٔ رسانایی به رسانندگیِ σ_0، کره‌ای با رسانندگیِ σ_1 قرار داده ایم. محیطِ بیرونی تا بی نهایت ادامه دارد. تمام این مجموعه را در معرض میدان ثابت الکتریکیِ $\vec{E} = E_0\hat{z}$ قرار می‌دهیم.

الف – با فرضِ اینکه در اثر اختلاف میان رسانندگیِ محیط بیرونی با کرهٔ داخلی، بار سطحی به شکل $\Sigma_0 \cos(\theta)$ برویِ سطحِ کره جمع می‌شود، مقدارِ Σ_0 را بیابید.

(برای سادگی فرض کنید پتانسیلِ تولید شده از توضیع بار $\Sigma_0 \cos(\theta)$ در درون یا بیرونِ کره از شکلِ کلیِ $(ar + b/r^2)\cos(\theta)$ پیروی می‌کند.)

ب – مقدار تغییری که در اثر وجود کرهٔ مزبور در کل جریان عبوری از این مجموعه ایجاد می شود (ΔI) را محاسبه کنید.

۴) شش میله‌ی همگن و یکسان مطابق شکل به وسیله‌ی محورهای بدون اصطکاک به صورت یک شش‌ضلعی منتظم به هم وصل شده‌اند. این شش‌ضلعی روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار گرفته است. ضربه‌ای به وسط یکی از میله‌ها و عمود بر میله زده می‌شود به طوری که این میله با سرعت v شروع به لغزیدن می‌کند. در این لحظه سرعت میله‌ی روبرویی چقدر است؟



۵)

الف- محل و نوع تصاویر میانی و نهایی را که از یک دستگاه متشکل از دو عدسی همگرا $f_1= 15$ cm و واگرا با $f_2= 15$ cm که در فاصله 60 cm از یکدیگر واقع شده اند را برای حالتی که جسم در فاصله ی 25 cm در سمت چپ عدسی همگرا واقع شده است بدست آورید. عدسی واگرا در سمت راست عدسی همگرا واقع است.

ب- دیاگرام پرتو را با رعایت مقیاس رسم کنید.

پ- بزرگنمایی تک تک عدسی ها و بزرگنمایی کل را بدست آورید.

سمرقندی

امتحان چهارم المپیاد فیزیک (دوره ۱۰ ام)

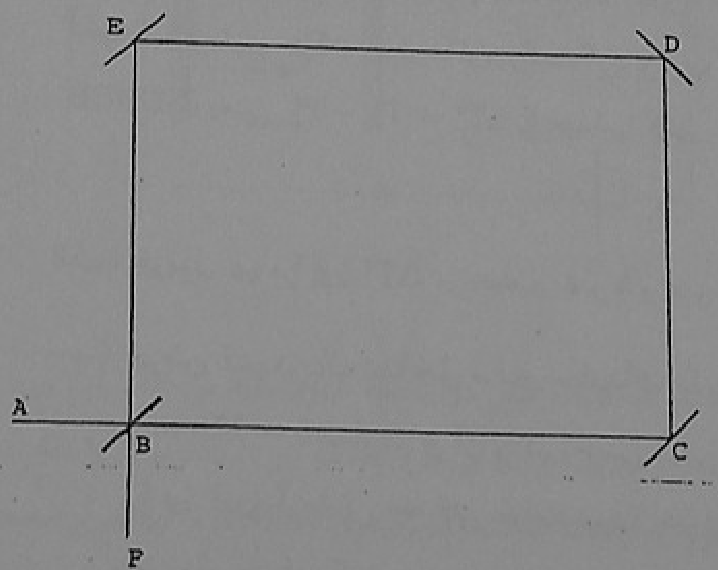
۰۸/۱۲/۸۷

وقت: ۳/۵ ـ

۱ـ تداخل‌سنج سانیاک

توجه: همه‌ی سرعت‌ها را بسیار کوچک‌تر از سرعت نور بگیرید و مسئله را در چارچوب نسبیت گالیله‌ای حل کنید.

تداخل‌سنج ـ سانیاک از سه آینه و یک تیغه ی ـ شیشه‌ای، مطابق ـ شکل، تشکیل شده است. چشمه ی ـ نور در نقطه ی ـ A است. باریکه ی ـ نور پس از رسیدن به تیغه ی ـ شیشه‌ای، که در B است، به دو بخش تقسیم می‌شود.



- بخش ـ راست‌گرد، با بازتاب از آینه‌هایی که در C و D و E هست، مسیر ـ BCDEB را می‌پیماید تا دوباره در B به تیغه‌ی شیشه‌ای برسد. بخش ی از این باریکه از تیغه عبور می‌کند و در F وارد ـ تلسکپ می‌شود. زمان ی که طول می‌کشد تا این پرتو ی ـ راست‌گرد مسیر ـ BCDEB را بپیماید T_R است.
- بخش ـ چپ‌گرد مسیر ـ BEDCB را می‌پیماید تا دوباره در B به تیغه برسد. تیغه بخش ی از این باریکه باز می‌تاباند و باریکه در F وارد ـ تلسکپ می‌شود. زمانی که طول می‌کشد تا این پرتو ی ـ چپ‌گرد مسیر BEDCB را بپیماید T_L است.

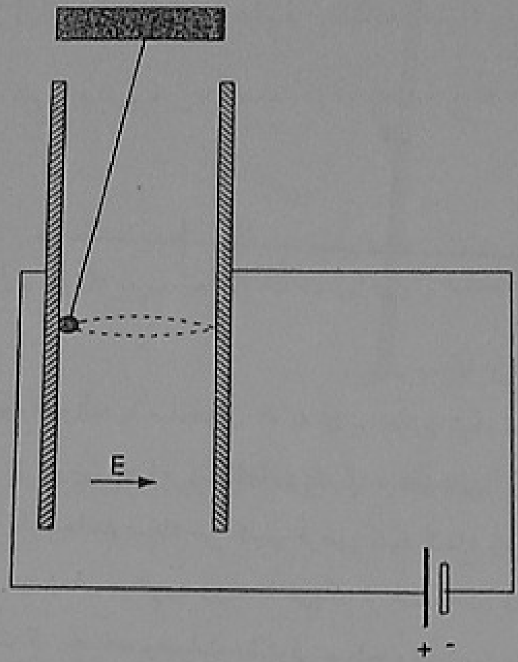
طول ـ بازوها ی ـ کوچک‌تر (بازوها ی ـ BE و CD) a، و طول ـ بازوها ی ـ بلندتر (بازوها ی ـ

در آزمایش‌گاه ـ لخت ـ K (آزمایش‌گاه ی که در آن قانون ـ اوّل ـ نیوتن معتبر است) $T_R = T_L = \frac{2(a+b)}{c}$ است. اکنون فرض کنید در این آزمایش‌گاه، تداخل‌سنج ـ سانیاک را رو ی ـ یک میز ـ چرخان بگذاریم که نسبت به آزمایش‌گاه با سرعت ـ زاویه‌ای ی ـ ω می‌چرخد. صفحه ی ـ میز صفحه ی ـ $z = 0$ است، و محور ـ دوران در مبدا ـ مختصّه‌ها و در امتداد ـ محور ـ z است. اینک پرتو ی ـ راست‌گرد در زمان ـ T'_R مسیر ـ BCDEB را می‌پیماید، و پرتو ی ـ چپ‌گرد در زمان ـ T'_L مسیر ـ BEDCB را می‌پیماید. با استفاده از قاعده ی ـ جمع ـ گالیله‌ای ی ـ سرعت‌ها، و با این فرض که سرعت ـ نور نسبت به آزمایش‌گاه ـ K در همه ی ـ جهت‌ها $c = 3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$ است، و ω کوچک است، می‌توان اختلاف ـ زمان ـ حرکت ـ پرتوها ی ـ راست‌گرد و چپ‌گرد در مسیرها ی ـ بسته ی ـ BCDEB و BEDCB، یعنی $\Delta T' = T'_R - T'_L$ را حساب کرد.

الف) فرمول ی برا ی ـ $\Delta T'$ بر حسب ـ a و b و ω و c بیابید.

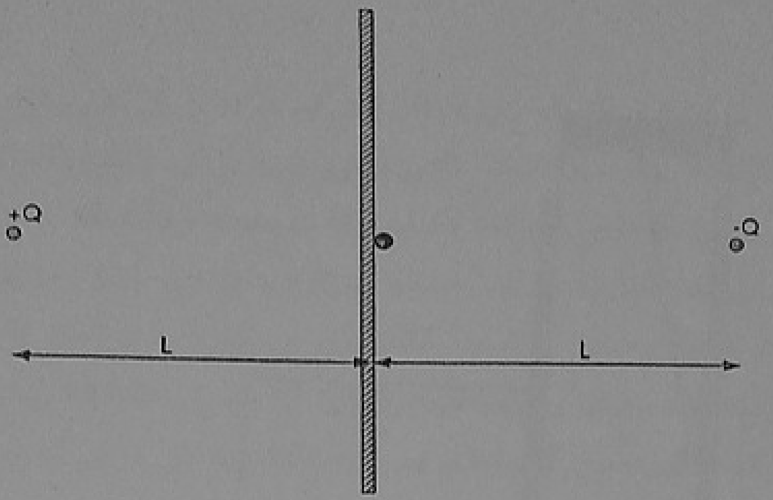
ب) فرض کنید یک تداخل سنج ـ سانیاک با بازوها یی به طول‌ها ی ـ $a = 200\ \mathrm{m}$ و $b = 150\ \mathrm{m}$ بسازیم و آن را در زمینی افقی در تهران نصب کنیم. $\Delta s := c\,\Delta T'$ برا ی ـ این آزمایش چه قدر خواهد بود؟ هم فرمول بنویسید، و هم عدد را با دو رقم ـ معنی‌دار حساب کنید.

-۲



وزنهٔ فلزیِ کوچکی در انتهای طناب یک آونگ میان دو صفحهٔ خازن مقید می‌باشد. این وزنه پیوسته میان دو صفحهٔ خازن رفت و آمد کرده و موجب عبور جریان از آن می‌شود. هدف این مسئله محاسبهٔ مقاومت نوعی این دستگاه است. برخوردهای وزنه به دو صفحهٔ خازن کاملا کشسان و بدون اصطکاک و نیز جرم صفحات به مراتب بیشتر از جرم وزنه است؛ به شکلی که وزنه نیمی از مسیر خود را بصورت آونگ (با طناب کشیده) و نیم دیگر را بصورت حرکت پرتابی طی می کند.

اگر از نیروی الکتریکی که صفحات خازن به وزنه وارد میکنند، بتوان صرفنظر کرد،
الف — مطلوب است سرعت وزنه در پایین‌ترین نقطهٔ مسیرِ آن، به شکلی که وزنه روی مسیر نمایش داده شده در شکل حرکت نماید. در این صورت T (زمان تناوب وزنه) چه مقدار خواهد بود.



در طولِ هربرخورد، وزنه با صفحه‌ای که به آن برخورد کرده هم پتانسیل می‌شود. برای بدست آوردن باری که وزنه بدست می‌آورد، از روش تصویر استفاده می‌کنیم. میدان ثابتِ $\bar{E}$ را بوسیلهٔ دو بار بسیار بزرگِ $\pm Q$، که بی‌نهایت دور ($\pm L$) قرار گرفته‌اند، ایجاد می کنیم. فرض کنید شعاع وزنه(R) از فاصلهٔ میان دو صفحه (D) بسیار بسیار کوچکتر است؛ و در زمان برخورد وزنه با هریک از صفحات، فاصلهٔ سطحِ وزنه با سطحِ آن صفحه مقدارِ کوچک و غیر صفر d_0 است که به خصوصیات ملکولیِ سطح وابسته می‌باشد:

ب – با استفاده از روش تصویر، بار وزنهٔ فلزی را تا اولین مرتبهٔ غیر صفر بیابید. بررسیِ اولین جملهٔ غیر صفر کافی است و نیازی به بررسی بقیهٔ جملات و رفتار عمومیِ سری نیست.

پ – مقاومت نوعیِ این مجموعه را در حدِ $\bar{E} \to 0$ بیابید.

۳- میله‌ی نازکی به طول L و سطح مقطع A مطابق شکل در نقطه‌ی P به دیوار قائمی لولا شده و در مایعی با چگالی ρ قرار دارد. چگالی میله $\sigma\rho$ $(0 < \sigma < 1)$ و لولا بدون اصطکاک است. مکان نقطه‌ی P از نقطه‌ی O سطح مایع با h مشخص می‌شود. h می‌تواند هر مقداری در بازه‌ی $-L \leq h \leq L$ باشد.

آ) گشتاور وارد بر میله را بر حسب زاویه‌ی α که الزاماً مربوط به حالت تعادل نیست به ازای مقادیر مختلف h، نسبت به نقطه‌ی P بنویسید.

ب) در چه محدوده‌هایی از h برای میله حالت تعادل پایدار وجود دارد؟ αی مربوط به هر محدوده را تعیین کنید.

پ) نمودار α بر حسب h را در بازه‌ی تغییرات h به دقت رسم کنید.

ت) معادله‌ی مکان هندسی نقطه‌ی Q انتهای میله وقتی h مقادیر ممکن خود را اختیار می‌کند در دستگاه xOy به دست آورید.

اکنون فرض کنید در نقطه‌ی P گشتاور $\frac{1}{2}\epsilon\rho g A L^2$ $(0 < \epsilon \ll 1)$ که تمایل به چرخاندن میله در جهت عکس عقربه‌های ساعت دارد بر میله وارد می‌شود

ث) αی حالت‌های تعادل پایدار را در محدوده‌ی تغییرات h تعیین کنید.

ج) نمودار α بر حسب h را در بازه‌ی تغییرات h به دقت رسم کنید.