



## مرحله اول بیست و پنجمین المپیاد ریاضی کشور

ویژه دانش آموزان دوم و سوم دبیرستان

$$\begin{array}{r} CAAB \\ + BAA \\ \hline ACBC \end{array}$$

(۱)  $A, B, C$  سه رقم متمایز از بین  $\{0, 1, \dots, 9\}$  هستند و می‌دانیم که جمع روبه‌رو درست است.  $A + B + C$  کدام است؟

الف) ۷      ب) ۱۶      ج) ۱۹      د) ۲۱      ه) ۲۴

(۲) چه تعداد از پاره‌خط‌های بین نقاط زیر، محور  $x$ ها را قطع می‌کنند؟  
 $4, 9, 11, -11, 19, 15, 5, 1, -9, 1, -3, -1, 2, 3, -5, 5, -7, 12, 8, 7, 6, -15$

الف) ۴      ب) ۶      ج) ۱۶      د) ۲۱      ه) ۲۴

(۳) مجموع مساحت و محیط مستطیلی ۱۴۰ شده است. مساحت آن حداکثر چه قدر است؟

الف) ۱۰۰      ب) ۷۰      ج) ۸۰      د) ۶۰      ه) هیچ کدام

(۴) چند عدد چهاررقمی به شکل  $\overline{abab}$  وجود دارد که دقیقاً چهارده مقسوم‌علیه داشته باشد؟

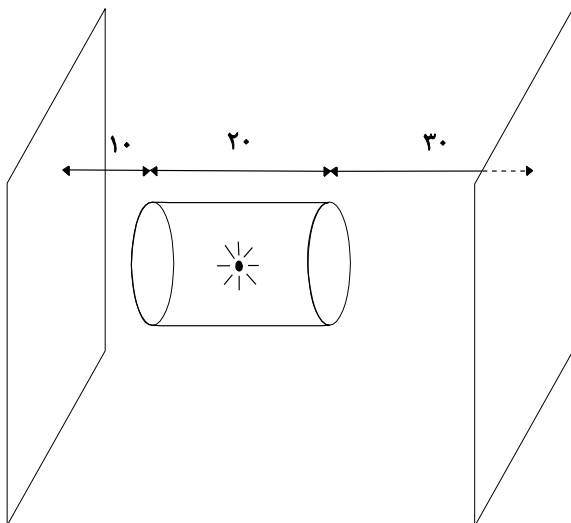
الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) ۴      ه) چنین عددی وجود ندارد.

(۵) چند عدد سه رقمی وجود دارد که هیچ دو رقم متوالی آن یکی نباشد؟

الف) ۶۴۸      ب) ۷۲۰      ج) ۷۲۹      د) ۸۱۰      ه) ۹۰۰

(۶) چند خط در صفحه وجود دارد که یک مستطیل  $2 \times 5$  داده شده را به دو مستطیل متشابه تقسیم کند؟

الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) ۴      ه) ۵



(۷) وسط لوله‌ای استوانه‌ای شکل به طول ۲۰ سانتی‌متر لامپی روشن است. در دو طرف لوله دو پرده به فاصله‌های ۱۰ و ۳۰ سانتی‌متر قرار گرفته است. نسبت مساحت ناحیه‌های روشن روی دو پرده چند است؟

الف) ۳      د) ۸

ب) ۴      ه) ۹

ج) ۶

(۸) در یک امتحان تستی ۳۰ سؤال، هر پاسخ صحیح چهار نمره و هر پاسخ غلط یک نمره منفی دارد. اگر نمره یکی از شرکت‌کنندگان ۸۹ باشد، او چند سؤال را بدون پاسخ رها کرده است؟

الف) ۳      ب) ۴      ج) ۵      د) ۶      ه) ۷



## مرحله اول بیست و پنجمین المپیاد ریاضی کشور

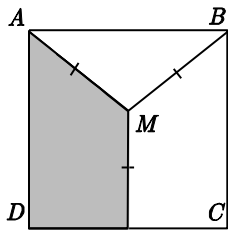
ویژه دانش آموزان دوم و سوم دبیرستان

۹) حجم هشت وجهی‌ای که رأس‌هایش مرکزهای وجه‌های مکعبی به ضلع یک است، چند است؟

- الف)  $\frac{1}{2}$       ب)  $\frac{1}{3}$       ج)  $\frac{1}{6}$       د)  $\frac{1}{8}$       ه)  $\frac{1}{12}$

۱۰) کدام عدد در غربال اراتستن، برای مشخص کردن اعداد اول کوچک‌تر از ۵۰۰۰، دیرتر حذف می‌شود؟

- الف) ۳۲۵۶      ب) ۴۱۴۱      ج) ۳۵۵۳      د) ۳۸۰۱      ه) ۴۱۴۵



۱۱) در شکل روبه‌رو ضلع مربع  $ABCD$ ، یک است و نقطه  $M$  از رأس  $A$ ، رأس  $B$  و ضلع  $DC$  به یک فاصله است. مساحت چهارضلعی مشخص شده چند است؟

- الف)  $\frac{1}{3}$       ب)  $\frac{2}{5}$       ج)  $\frac{13}{30}$       د)  $\frac{13}{32}$       ه)  $\frac{7}{15}$

۱۲) فرض کنید  $x, y, z \in [-1, 1]$  و  $x + y + z = 0$ . بیش‌ترین مقدار ممکن  $xyz$  چند است؟

- الف)  $\frac{1}{27}$       ب)  $\frac{1}{8}$       ج)  $\frac{1}{4}$       د)  $\frac{1}{2}$       ه) ۱

۱۳)  $1 - 2^{25}$  برابر کدام گزینه است؟

- الف) ۴۲۹۴۹۶۹۲۸۵      ب) ۴۲۹۴۹۶۴۱۵۵      ج) ۴۲۹۴۹۶۳۳۳۵      د) ۴۲۹۴۹۶۸۰۱۵      ه) ۴۲۹۴۹۶۷۲۹۵

۱۴) به چند شکل می‌توان وجوه یک مکعب را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کرد به طوری که از هر دو رنگ استفاده شود؟ دو رنگ آمیزی را که با دوران مکعب به هم تبدیل می‌شوند یکی فرض کنید.

- الف) ۸      ب) ۱۰      ج) ۱۲      د) ۱۶      ه) ۳۲

۱۵) مثلثی با اضلاع ۳، ۴ و ۵ مفروض است. کم‌ترین مقدار ممکن برای مجموع فاصله‌های یک نقطه درون آن مثلث با اضلاع آن چند است؟

- الف)  $\frac{7}{2}$       ب)  $\frac{12}{5}$       ج)  $\frac{6}{5}$       د)  $\frac{10}{3}$       ه) ۳

۱۶)  $A, B, C$  و  $D$  مجموعه‌هایی هستند که در روابط روبه‌رو صدق می‌کنند. کدام گزینه لزوماً درست است؟

$$\begin{cases} A \cup C = B \cup C \\ A \cap C = B \cap C \cup D \end{cases}$$

- الف)  $D = \emptyset$       ب)  $C = D$       ج)  $A \subseteq B$       د)  $A = B \cup D$       ه)  $D = A \cap B$



## مرحله اول بیست و پنجمین المپیاد ریاضی کشور

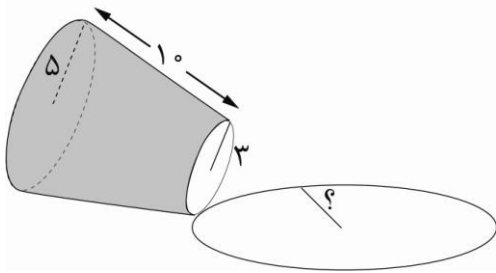
ویژه دانش آموزان دوم و سوم دبیرستان

۱۷) ماتریسی  $10 \times 10$  است که درایه هایش صفر یا یک هستند. می دانیم  $A^2 = 0$ . ماتریس  $A$  حداکثر چند یک دارد؟

- الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۹ (د) ۲۵ (ه) ۴۵

۱۸) به چند راه می توان ۱۱ خانه جدولی  $2 \times 12$  را سیاه کرد که دو خانه سیاه، ضلع مشترک نداشته نباشند؟

- الف) ۴۲ (ب) ۴۴ (ج) ۴۶ (د) ۴۸ (ه) ۵۰



۱۹) مخروط ناقصی به شکل روبه رو روی زمین می غلطد و به جای اولیه اش بر می گردد. اگر شعاع قاعده های مخروط، ۳ و ۵ و طول یال آن ۱۰ باشد، شعاع دایره ای که قاعده کوچک تر مخروط طی می کند چه قدر است؟

- الف) ۳ (ب) ۵ (ج) ۱۰ (د) ۱۵ (ه) ۲۰

۲۰) معادله  $\sin^2(24x) + \sin^2(32x) = 0$  در بازه  $[0, \pi]$  چند جواب دارد؟

- الف) ۷ (ب) ۸ (ج) ۹ (د) ۱۰ (ه) ۱۱

۲۱)  $340^\circ$  در مبنای ده چند رقمی است؟

- الف) ۱۷ (ب) ۱۸ (ج) ۱۹ (د) ۲۰ (ه) ۲۱

۲۲) فاصله نقطه ای روی دایره محاطی یک مربع، از دو ضلع نزدیک تر مربع برابر ۱ و ۲ است. طول ضلع مربع چند است؟ (دایره ای محاطی دایره ای است که از داخل بر اضلاع مربع مماس است.)

- الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۸ (د) ۱۰ (ه) ۱۱

۲۳) تعداد جواب های معادله  $x^2 + x + 8 = y^2$  در مجموعه اعداد طبیعی چند است؟

- الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

۲۴) در اتاقی  $5 \times 5$  حداکثر چند کاشی  $1 \times 3$  می توان قرار داد؟

- الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۹

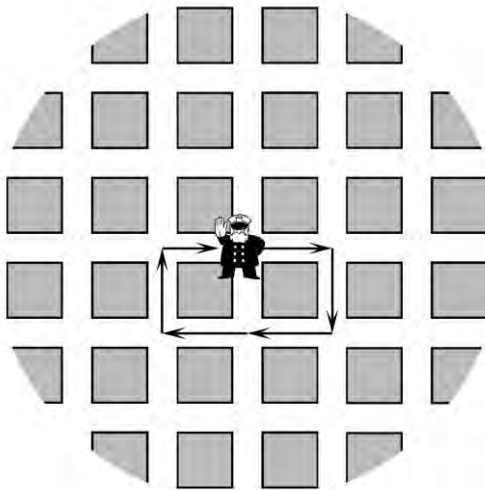
۲۵)  $A$  و  $B$  دو ماتریس هستند که  $AB = B$  و  $BA = A$ . کدام گزینه برابر  $(A + B)^2$  است؟

- الف)  $2A^2 + 2A$  (ب)  $4A^2$  (ج)  $4A$  (د)  $2(A + B)$  (ه)  $A^2 + 2AB + B^2$



## مرحله اول بیست و پنجمین المپیاد ریاضی کشور

ویژه دانش آموزان دوم و سوم دبیرستان



۲۶) پاسبانی می خواهد با شروع از تقاطعی که کلانتری در نیشش واقع شده است، یک ساعت در خیابان ها قدم بزند و در نهایت به کلانتری برگردد. اگر خیابان ها به شکل یک شبکه مربعی، مانند تصویر روبه رو، باشد و طی کردن هر خیابان ده دقیقه طول بکشد، این کار به چند طریق ممکن است؟ پاسبان تنها سر تقاطع ممکن است مسیرش را تغییر دهد و ممکن است از جلوی کلانتری و یا از یک خیابان چند بار عبور کند.

- الف) ۶۴      ب) ۳۶۰      ج) ۴۰۰  
د) ۱۲۹۶      ه) ۴۰۹۶

۲۷) برای کدام عدد طبیعی  $n$  هیچ کدام از اعداد  $n, 2n, 3n, \dots, 1000n$  مربع کامل نیست؟

- الف) ۱۷۸۵۰      ب) ۸۶۴۹      ج) ۳۲۹۲      د) ۲۶۰۷      ه) ۲۰۳۶

۲۸) معادله  $x^2 = \lfloor x^3 \rfloor$  چند جواب دارد؟  $\lfloor x \rfloor$  یعنی بزرگ ترین عدد صحیح کوچک تر یا مساوی  $x$

- الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) ۴      ه) بی نهایت

۲۹) یک مستطیل کاغذی به طول ۵ و عرض ۱ را به گونه ای تا می کنیم که دو سر یک قطر آن روی هم قرار گیرند. مساحت ناحیه یک لایه چقدر است؟

- الف) ۰      ب)  $\frac{5}{2}$       ج) ۲      د)  $\frac{6}{5}$       ه)  $\frac{12}{5}$

۳۰) در مسابقات کشتی پهلوانی ۹ نفر دوبه دو مسابقه داده اند. حداکثر چند نفر بیش از ۴ مسابقه را برده اند؟

- الف) ۴      ب) ۵      ج) ۶      د) ۷      ه) ۸