

سؤالات مرحله اول بیستمین المپیاد ریاضی، سال ۱۳۸۰

(۱) به ازای چند عدد طبیعی n ، $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ مربع کامل است؟

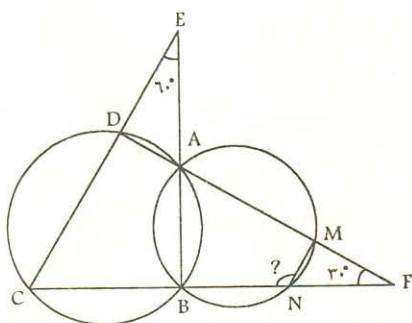
(الف) صفر (ب) ۱ (ج) ۳ (د) ۶ (ه) بی نهایت

(۲) به ازای چند عدد طبیعی n معادله $n^a + n^b + n^c = n^d$ در اعداد طبیعی جواب دارد؟

(الف) صفر (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) بی نهایت

(۳) در چهارضلعی محاطی $ABCD$ ، E و F به ترتیب محل برخورد AB با CD و AD با BC می باشند. دایره ای دلخواه از A و B می گذرانیم تا AF و BF را به ترتیب در M و N قطع کند. اگر $\angle AFB = 30^\circ$ و $\angle AED = 60^\circ$ ، آن گاه $\angle MNB$ برابر است با:

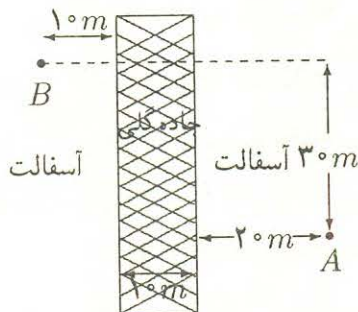
(الف) 90° (ب) 120° (ج) 135° (د) 105° (ه) 150°



(۴) مطابق شکل مقابل، یک دونه در نقطه A قرار دارد و می خواهد در کم ترین زمان ممکن خود را به B برساند.

در مسیر حرکت او یک جاده گلی وجود دارد که باعث می شود سرعت حرکتش حین گذر از آن به نصف کاهش یابد. سرعت حرکت دونه روی آسفالت 10 متر بر ثانیه است. کم ترین زمان ممکن را پیدا کنید.

(الف) $\sqrt{26}$ ثانیه (ب) $\sqrt{20}$ ثانیه (ج) 5 ثانیه (د) $\sqrt{30}$ ثانیه (ه) $\sqrt{34}$ ثانیه



(۵) با رقمهای ۱ و ۲ حداکثر چند عدد پنج رقمی می توان نوشت، طوری که هر دو عدد حداقل در دو رقم اختلاف داشته باشند؟

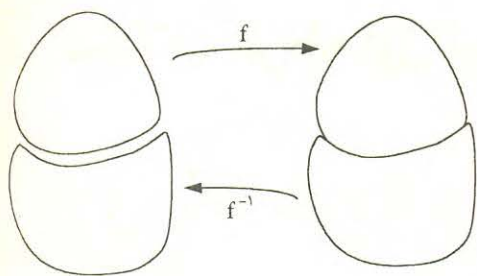
(الف) ۱۶ (ب) ۱۷ (ج) ۱۸ (د) ۱۹ (ه) ۲۰

(۶) a و b دو عدد حقیقی مثبت و متمایز هستند، به طوری که $a = 1 + \sqrt[3]{6a - 2}$ و $b = 1 + \sqrt[3]{6b - 2}$. ab برابر با چه مقداری است؟

(الف) $\sqrt[3]{6}$ (ب) ۴ (ج) ۱ (د) ۲ (ه) $\sqrt{2}$

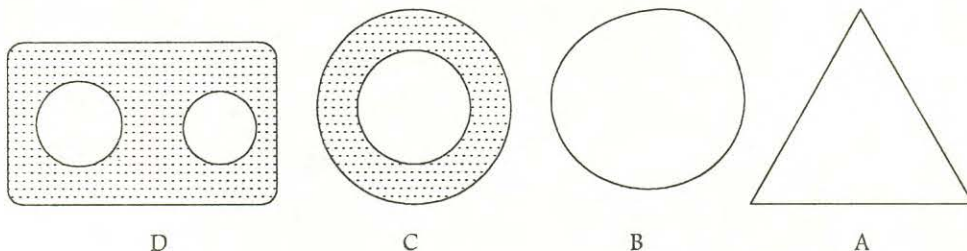
(۷) یک «تبدیل پیوسته» تبدیلی است که نقاطی که قبل از تبدیل نزدیک به هم هستند، بعد از تبدیل نیز نزدیک به هم بمانند. تبدیل f بین دو تکه خمیر را این طور در نظر می گیریم که لبه های دو تکه خمیر را به هم می چسباند و لذا تبدیل وارون آن، یعنی f^{-1} ، تکه خمیر بزرگ تر را به دو تکه خمیر جدا از هم تقسیم می کند. در این صورت:

(الف) f و f^{-1} هر دو پیوسته اند.



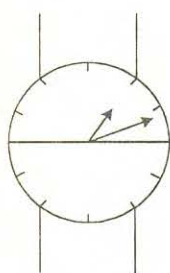
- (ب) f و f^{-1} هیچ‌کدام پیوسته نیستند.
 (ج) f پیوسته است ولی f^{-1} پیوسته نیست.
 (د) f پیوسته نیست ولی f^{-1} پیوسته است.
 (ه) هیچ‌کدام از نتیجه‌گیری‌های فوق، درست نیست.

۸) اگر شکل A با تبدیلی پیوسته که وارون آن هم پیوسته است (در سؤال قبل تعریف شده است) قابل تبدیل به شکل B باشد، می‌گوییم این دو شکل «هم‌ریخت» هستند، اجسام زیر را در نظر بگیرید.



(فرض کنید A و B از سیم نرم ساخته شده‌اند و C و D نیز از خمیر ساخته شده‌اند).
 کدام گزینه درست است؟

- (الف) A و B هم‌ریختند ولی C و D هم‌ریخت نیستند.
 (ب) A و B هم‌ریختند و C و D نیز هم‌ریختند.
 (ج) A و B هم‌ریخت نیستند ولی C و D هم‌ریختند.
 (د) A و B هم‌ریخت نیستند و C و D نیز هم‌ریخت نیستند.
 (ه) هیچ‌کدام از نتیجه‌گیری‌های فوق درست نیست.



۹) یک ساعت عقربه‌ای جادویی در اختیار داریم. این ساعت دارای یک خط طلایی است که شماره ۳ را به ۹ وصل کرده است. این ساعت ویژگی جالبی دارد و آن این است که هرگاه خط طلایی نیم‌ساز داخلی دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار شود، ساعت زنگ می‌زند. در حال حاضر ساعت ۱۲ : ۱ ظهر می‌باشد، تا ساعت ۱۲ : ۱ شب ساعت چند بار زنگ می‌زند؟

- (الف) ۶ (ب) ۹ (ج) ۱۱ (د) ۱۲ (ه) ۱۳

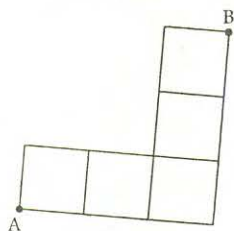
۱۰) در دبیرستان پسرانه ابن‌سینا تعدادی دانش‌آموز تحصیل می‌کنند. اگر دو دانش‌آموز از این مدرسه دوست باشند، پدرهای این دو دانش‌آموز نیز با هم دوست هستند (دوستی یک رابطه دو طرفه است و هیچ‌کس با خودش دوست نیست!). کدام گزینه قطعاً درست است؟

(الف) اگر حامد (یکی از دانش‌آموزان مدرسه) دوست در دبیرستان داشته باشد، آن‌گاه ابوحامد (پدر حامد) حداقل k دوست در میان پدرهای دانش‌آموزان دبیرستان دارد.

(ب) اگر حامد k دوست در دبیرستان داشته باشد، آن‌گاه ابوحامد حداکثر k دوست در میان پدرهای دانش‌آموزان دبیرستان دارد.

- (ج) اگر k دانش آموز از دبیرستان موجود باشند که هیچ دوتایی از آن‌ها دوست نباشند، آنگاه در میان پدرهای دانش آموزان دبیرستان k نفر وجود دارند که هیچ دوتایی دوست نیستند.
- (د) اگر در میان پدرهای دانش آموزان دبیرستان k نفر موجود باشند که هیچ دوتایی دوست نباشند، آنگاه k دانش آموز وجود دارند که هیچ دوتایی دوست نیستند.
- (ه) اگر حسام برادر کوچک‌تر حامد باشد، آنگاه حسام و حامد با هم دوست هستند (حسام و حامد هر دو در دبیرستان ابن سینا تحصیل می‌کنند).

(۱۱) یک متحرک در نقطه A از شکل زیر قرار دارد. این متحرک می‌خواهد خود را به نقطه B برساند. متحرک می‌تواند روی خطوط شبکه حرکت کند و از هیچ نقطه‌ای نباید دو بار عبور کند. این متحرک به چند طریق می‌تواند خود را به B برساند؟



- الف) ۲۴
ب) ۲۸
ج) ۳۲
د) ۳۶
ه) ۴۰

(۱۲) سه دایره C_1 ، C_2 و C_3 به شعاع ۵ و به مراکز O_1 ، O_2 و O_3 طوری در صفحه قرار گرفته‌اند که $O_1O_2 = 6$ ، $O_1O_3 = 8$ و $O_2O_3 = 10$ برهم عمود است. مساحت ناحیه‌ای از C_1 که با C_2 و C_3 تداخل ندارد، چقدر است؟

الف) 10π ب) 12π ج) ۲۴ د) ۴۸ ه) ۵۴

(۱۳) یک صفحه بی‌نهایت در بی‌نهایت داریم که خانه‌های آن را به صورت شطرنجی، سیاه و سفید رنگ کرده‌ایم. شعاع دایره‌ای که همه نقاط محیط آن در خانه‌های سیاه قرار بگیرد حداکثر چقدر است؟ (طول هر خانه صفحه شطرنجی ۱ واحد است.)

- الف) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ د) $\frac{3}{2}$ ه) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۱۴) عدد حقیقی x را «جالب» می‌گوییم اگر در بسط اعشاری آن، بعد از ممیز، هر عدد طبیعی ظاهر شده باشد. مثلاً عدد $0.123456789101112\dots$ که از پشت سرهم قرار گرفتن همه اعداد طبیعی به وجود آمده، عددی جالب است. کدام یک از گزاره‌های زیر درباره اعداد جالب صحیح نیست؟

- الف) در بسط اعشاری هر عدد جالب نامتناهی بار 1380 ظاهر می‌شود.
ب) هر عدد جالب گنگ است.

ج) اگر x و y دو عدد جالب باشند، $\frac{1}{x}$ و xy هم جالب هستند.

د) اگر x جالب باشد، عدد y هم که از حذف ارقام x به صورت یکی در میان به دست می‌آید، جالب است.

ه) اگر x جالب باشد، $1-x$ هم جالب است.

(۱۵) فرض کنید $\triangle ABC$ مثلثی در صفحه مختصات باشد که مختصات رؤوس آن $A = (x_1, y_1)$ ، $B = (x_2, y_2)$ و $C = (x_3, y_3)$ باشد. در این صورت مساحت مثلث $\triangle ABC$ از رابطه $|\frac{1}{2}(y_1(x_2 - x_3) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_1 - x_2))|$ به دست می‌آید. با دانستن این مطلب کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟ توجه کنید منظور از نقاط شبکه‌ای، نقاطی از صفحه مختصات است که مختصات آن‌ها صحیح است.

الف) در صفحه می‌توان مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۵ با رؤوس شبکه‌ای رسم کرد.

ب) یک مربع 3×3 را می‌توان به 20 مثلث با رؤوس شبکه‌ای افراز کرد.

ج) نقطه‌ای شبکه‌ای درون متوازی‌الاضلاعی با مختصات رؤوس $(0,0)$ ، $(1,1)$ ، $(1000,1000)$ و $(1001,1001)$ وجود دارد.

د) مساحت هر متوازی‌الاضلاع با رؤوس شبکه‌ای صحیح است.

ه) یک مستطیل 4×7 را می‌توان به 20 متوازی‌الاضلاع و 20 مثلث با رؤوس شبکه‌ای افراز کرد.

۱۶) حشره‌ای را با نخی به طول ۱ متر به وسط یک استوانه به ارتفاع ۳ متر و محیط قاعده $\sqrt{3}$ متر، از بیرون بسته‌ایم! مساحت قسمتی از استوانه که حشره می‌تواند به آن برود، چقدر است؟

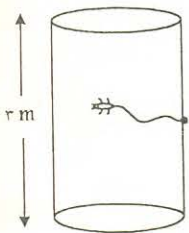
$$\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{الف)}$$

$$\pi \quad \text{ب)}$$

$$\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3} \quad \text{ج)}$$

$$\pi + \sqrt{3} \quad \text{د)}$$

$$2\sqrt{3} \quad \text{ه)}$$

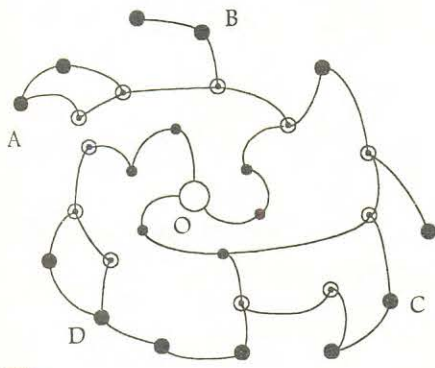


۱۷) آرش و علی روی شکل زیر با یک مهره مشغول بازی هستند، هر کس در نوبت خود می‌تواند یکی از دو کار زیر را انجام دهد.

- مهره را روی یال‌ها در جهت ساعت‌گرد هر تعداد خانه که بخواهد حرکت دهد.

- مهره را روی یال متصل به رأس مجاور که در لایه درونی است (در صورت وجود چنین رأسی) حرکت دهد (رؤوس هم لایه شبیه هم هستند).

هر کس مهره را به خانه مرکزی (O) برساند، برنده بازی است. فرض کنید آرش بازی را شروع کند و هیچ‌کس دچار اشتباه نشود. با آغاز از کدام خانه آرش برنده بازی خواهد بود؟



الف) B, A ب) D, C ج) D, A د) A, C ه) D, B

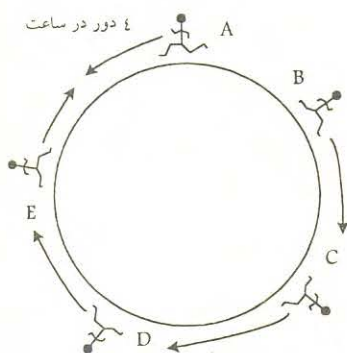
۱۸) در یک پیست دو میدانی دایره‌وار پنج دوندۀ A, B, C, D و E به

فاصله‌های مساوی روی پیست قرار گرفته‌اند (مانند شکل) و چوبی در دست دوندۀ A قرار دارد. بعد از شروع مسابقه، دوندۀ A با سرعت ۴

دور در ساعت (یعنی در هر ساعت چهار بار دور پیست را طی می‌کند) در جهت خلاف عقربه‌های ساعت و دونده‌های B, C, D و E با سرعت ۱ دور در ساعت در جهت عقربه‌های ساعت شروع به حرکت می‌کنند.

در ضمن در هر زمان که دو دونده از کنار هم عبور کنند و چوب در دست یکی از آن‌ها باشد، آن را به دیگری می‌دهد. بعد از گذشت ۱

ساعت چوب در دست کدام دونده است؟



الف) A (ب) B (ج) C (د) D (ه) E

۱۹) اتومبیلی از شهر A به سمت شهر B در حرکت است و فاصله دو شهر ۱۰۰ کیلومتر است. حرکت اتومبیل این گونه است که وقتی در x کیلومتری شهر B قرار دارد با سرعت x کیلومتر بر ساعت در حرکت است. کدام گزینه درست است؟

الف) اتومبیل قبل از نیم ساعت ۵۰ کیلومتر اول را طی می کند.

ب) زمانی که اتومبیل ۵۰ کیلومتر آخر را طی می کند کم تر از ۲ ساعت است.

ج) زمانی که اتومبیل ۲۵ کیلومتر آخر را طی می کند کم تر از ۱ ساعت است.

د) زمان طی کردن ۲۵ کیلومتر سوم بیش تر از ۱ ساعت است.

ه) اتومبیل هیچگاه به مقصد نمی رسد!

۲۰) می گوئیم زیرمجموعه A از صفحه «ساختار دایره ای» دارد، اگر برای هر $x \in A$ ، دایره توپری به مرکز x وجود داشته باشد که کاملاً در A قرار بگیرد؛ به طور مشابه، می گوئیم B «ساختار مثلثی» دارد هرگاه برای هر $x \in B$ ، مثلث متساوی الاضلاع توپری به مرکز ثقل x ، داخل B وجود داشته باشد. کدام یک از گزاره های زیر صحیح نیست؟

الف) دایره واحد، $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\}$ ساختار مثلثی دارد.

ب) نیم صفحه $H = \{(x, y) | y > 0\}$ ساختار دایره ای دارد.

ج) هر مجموعه ای که ساختار دایره ای داشته باشد، ساختار مثلثی دارد.

د) هر مجموعه ای که ساختار مثلثی داشته باشد، ساختار دایره ای دارد.

ه) می توان صفحه را به دو زیرمجموعه ناتهی طوری تقسیم کرد که یکی ساختار دایره ای و دیگری ساختار مثلثی داشته باشد.

۲۱) در مثلث $\triangle ABC$ نقاط P و Q درون مثلث، دارای این خاصیت هستند که

$$S(\triangle PAC) = \frac{1}{2} S(\triangle PAB) = \frac{1}{3} S(\triangle PBC)$$

$$S(\triangle QAB) = \frac{1}{2} S(\triangle QBC) = \frac{1}{3} S(\triangle QAC)$$

اگر پاره خط PQ ضلع AB را در F قطع کند، مطلوبست محاسبه $\frac{AF}{FB}$ (منظور از $S(\triangle XYZ)$ مساحت مثلث $\triangle XYZ$ است).

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴ (ه) ۵

۲۲) حداکثر چند عدد از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ می توان انتخاب کرد که هیچ کدام از آنها حاصل ضرب بقیه شان را عاد نکند؟

الف) ۸ (ب) ۹ (ج) ۱۰ (د) ۱۱ (ه) ۱۲

توجه:

بارم سؤال های ۲۳ الی ۳۰ دو برابر بارج بقیه سؤال هاست

(در نظر داشته باشید که نمره منفی این سؤال ها هم طبق همین قاعده محاسبه می شود).

در سه سؤال بعد منظور از «نقطه» عضوی از مجموعه \mathbb{Z}^2 است، یعنی (m, n) هایی که m و n اعدادی صحیح هستند. زیرمجموعه A از \mathbb{Z}^2 را «خط» می‌نامیم اگر اولاً ناتهی باشد، ثانیاً اعداد صحیح a, b, c وجود داشته باشد که $a^2 + b^2 \neq 0$ و $A = \{(m, n) \in \mathbb{Z}^2 | am + bn = c\}$. می‌گوییم دو خط A و B موازی‌اند، اگر $A \cap B = \emptyset$ یا $A = B$. اگر O یک نقطه و r یک عدد حقیقی نامنفی باشد، منظور از دایره به مرکز O و به شعاع r مجموعه نقاطی است که فاصله‌شان تا O برابر r است. خط A را بر دایره C مماس می‌گوییم، اگر $A \cap C$ تک عضوی باشد.

(۲۳) کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) از هر دو نقطه متمایز دقیقاً یک خط می‌گذرد.
- (۲) اگر x نقطه‌ای خارج از خط A باشد، دقیقاً یک خط وجود دارد که از x می‌گذرد و موازی A است.
- (۳) اگر A موازی B و B موازی C باشد، آن‌گاه A موازی C است.
- (۴) مجموعه نقاطی که از دو نقطه متمایز به یک فاصله‌اند، یک خط است.

الف) ۱، ۲ و ۳ (ب) ۱ (ج) ۲، ۳ و ۴ (د) ۳ و ۴ (ه) همه عبارات

(۲۴) کدام یک از مقادیر زیر می‌توانند تعداد نقاط یک دایره باشند؟

الف) ۷ (ب) ۱۰ (ج) ۱۲ (د) بی‌نهایت (ه) ب و ج

(۲۵) با توجه به تعریف‌های بالا کدام گزینه درست است؟

- الف) از هر نقطه خارج یک دایره دقیقاً دو مماس بر دایره می‌توان رسم کرد.
- ب) از هر نقطه روی دایره بی‌نهایت مماس بر دایره می‌توان رسم کرد.
- ج) دو دایره متمایز حداکثر ۴ مماس مشترک دارند.
- د) از هر سه نقطه غیر واقع بر یک خط یک دایره می‌گذرد.
- ه) با زیاد شدن شعاع، تعداد نقاط روی دایره افزایش می‌یابد.

(۲۶) ۱۷۰۰۰ سال قبل از میلاد مسیح، بزرگ‌ترین گردهمایی نقاشان برجسته در شهر بلاف بلوف افتتاح شد. صدها نفر از همه نقاط راه شیری جمع شده بودند. برای مراسم افتتاحیه، سرگرمی‌ای تدارک دیده شده بود که به این صورت اجرا می‌شد: ابتدا یک نفر، یک «شکل» دلخواه روی تابلو می‌کشید. منظور از «شکل»، همه نقاط درون و روی یک منحنی بسته است (که خودش را قطع نکند). سپس نفر دوم باید شکلی روی همان تابلو بکشد که حتماً شامل تعدادی نقطه جدید بشود (این شکل ممکن است با شکل‌های قبلی اشتراک داشته باشد یا نداشته باشد). به همین ترتیب هر کس به نوبت باید شکلی بکشد که شامل تعدادی نقطه جدید (نقاطی که در هیچ یک از شکل‌های قبلی نیامده باشد) بشود. زیر تابلو، شکل‌های کشیده شده در آن - بدون این که ترتیب کشیده شدن آن‌ها ذکر شود - نام برده می‌شود.

ممکن است کسی از روی خط‌های شکل‌های قبلی دوباره بکشد. ولی هیچ‌گاه دو شکل بر هم منطبق نداریم. مثلاً تابلوی روبه‌رو توسط چهار نقاش بزرگ کشیده شد و در پایان مراسم به قیمت ۱۰۰۰۰۰۰ بلوفی (واحد پول بلاف بلوف) به فروش رفت. در ابتدا، امین مثلث DEF را کشید، بعد سیامک چهارضلعی $BEFC$ را کشید، پس از آن احسان مثلث ABC را کشید و در نهایت ایمان منحنی G را رسم کرد. توجه کنید که ترتیب نقاشی مهم است. مثلاً امکان نداشت اول احسان مثلث ABC

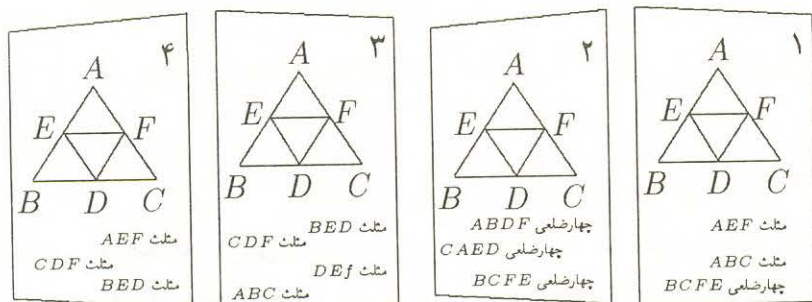


را بکشد و بعد سیامک بخواد چهارضلعی $BEFC$ را بکشد. چون در آن صورت شکل سیامک نقطه جدیدی نسبت به نقاط قبلی نداشت. بعدها در تاریخ هر n شکل که امکان داشته باشد در این مراسم کشیده شده باشند، یک منگول نامیده شد!

حمید ادعا می‌کند تابلوهای زیر را در پایان همان مراسم خریداری کرده است.

کدام تابلوها قطعاً تقلبی‌اند؟ (به عبارت دیگر کدام‌ها منگول نیستند؟)

الف) ۱ و ۲ ب) ۱ و ۳ ج) ۱ و ۴ د) ۲ و ۳ ه) ۳ و ۴



۲۷) مردی راست‌گو از فرامفیا آمده است و اصوات نامفهومی از دهانش خارج می‌شود. مترجم او می‌گوید: «من درست نمی‌فهمم چه می‌گوید، ولی مطمئنم منظور او یکی از این جملات است:

۱) تابلوی من شامل تعدادی شکل است که همگی با انتقال از روی یکدیگر به دست می‌آیند.

۲) تابلوی من شامل تعدادی شکل هم‌نهشت است (شکل‌های قابل انطباق با هم).

۳) تابلوی من شامل تعدادی دایره است.

۴) در تابلوی من شکلی هست که زیرمجموعه اجتماع بقیه شکل‌ها نیست.»

اگر کدام جمله را گفته باشد می‌توان مطمئن بود که این تابلو منگول است؟

الف) ۱ و ۲ ب) ۱ و ۳ ج) ۱ و ۴ د) ۲ و ۳ ه) ۳ و ۴

۲۸) دو نفر از برگزارکنندگان مراسم تصمیم می‌گیرند با یکی از مهمان خارجی - و ناآشنا به قوانین - شوخی کنند. به همین دلیل وقتی نحوه کشیده شدن تابلوها را توضیح می‌دادند، ترتیب کشیده شدن را معکوس می‌گفتند (مثلاً اگر به ترتیب شکل‌های F_1, F_2, \dots, F_n کشیده شده بود، به او می‌گفتند: ابتدا شکل F_n رسم شده، بعد شکل F_{n-1}, \dots و در نهایت شکل F_1). برای این که همه تابلوها را به این شکل توضیح بدهند و قضیه لو نرود، آن‌ها باید قانون سرگرمی را به چه صورت برای مهمانان خارجی بیان کنند؟

الف) هر کس باید شکلی بکشد که شامل تعدادی نقطه جدید بشود (نقاطی که در شکل‌های قبل نیامده)

ب) هر کس باید شکلی بکشد که شامل کل نقاط یکی از شکل‌های قبلی نشود.

ج) هر کس باید شکلی بکشد که زیرمجموعه اجتماع شکل‌های قبلی باشد.

د) هر کس باید شکلی بکشد که از اجتماع آن با k تا از شکل‌های قبل، اجتماع $k+1$ تا از شکل‌های قبلی پوشانده نشود.

ه) هیچ‌کدام

(۲۹) دو تابلوی تقلبی که در هر کدام ۱۰۰۰۰ شکل رسم شده است، داریم. هر کس نظری می‌دهد: بهزاد تابلوی ۱ را ندیده و می‌گوید: در این تابلو می‌توان ۱۰ شکل انتخاب کرد که مَنگول باشند. امید تابلوی ۲ را دیده و می‌گوید: در این تابلو می‌توان ۲۰ شکل انتخاب کرد که مَنگول باشند. کسری تابلوی ۲ را دیده و می‌گوید: در این تابلو هیچ ۲۱ شکلی تشکیل یک مَنگول نمی‌دهند. کدام گزاره بهترین نتیجه‌گیری است؟

(الف) بهزاد حتماً راست می‌گوید.

(ب) ممکن است امید و کسری هر دو راست بگویند.

(ج) ممکن است امید و کسری هر دو دروغ بگویند.

(د) الف و ب

(ه) الف و ج

(۳۰) یاسر و مرتضی که در همهٔ جنبه‌های زندگی - حتی نفس کشیدن - سعی می‌کنند با هم رقابت کنند، با دیدن مراسم بین خودشان یک مسابقه ترتیب می‌دهند. به این ترتیب که ابتدا یکی از آن دو شکلی را می‌کشد. سپس نفر دیگر شکل دیگری را می‌کشد. به همین ترتیب هر کس در نوبت خود یک شکل می‌کشد. اولین کسی که بتواند شکلی بکشد که باعث شود همهٔ شکل‌ها غیر مَنگول شوند، برنده است. فرض کنید تابلوشان از هر طرف تا بی‌نهایت ادامه دارد.

(الف) نفر اول می‌تواند همیشه برنده شود.

(ب) نفر دوم می‌تواند همیشه برنده شود.

(ج) اگر هر دو خوب بازی کنند، تا آخر دنیا کسی برنده نمی‌شود.

(د) بعد از ۲۸ حرکت بازی تمام می‌شود.

(ه) یاسر می‌تواند همیشه برنده شود.

دیتریشی DIETERCI

اسلام‌شناس آلمانی

همین علوم و معارف مسلمین بود که اروپا را در قرن دهم میلادی جلو برد همان علمی است که سرچشمه آنها قرآن کریم بود و اروپا از این حیث مدیون اسلام است.

اسلام از نظر دانشمندان غرب ص ۴

به نقل از کتاب اعترافات دانشمندان بزرگ جهان ص ۶۲