

سؤال‌های آزمون مرحله‌ی اول هجدهمین المپیاد ریاضی کشور



(۱) چند تا عدد صحیح  $x$  که  $9 < x < 15$  وجود دارد که دنباله‌ی متناهی

$$1, 2, 6, 7, 9, x, 15, 18, 20$$

مشتمل بر هیچ سه جمله‌ای نباشد که تشکیل یک تصاعد عددی بدهند؟

- الف - صفر      ب - ۱      ج - ۲      د - ۳      ه - ۵

(۲) دنباله‌ی  $a_1, a_2, a_3, \dots$  «برگشتی خطی» نامیده می‌شود اگر و فقط اگر اعداد صحیح  $p$  و  $q$  موجود باشند

$$\text{که } a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n \text{ دو جمله‌ی بعدی در دنباله‌ی } 2, 5, 14, 41, \dots \text{ کدام یک از دو عدد زیر}$$

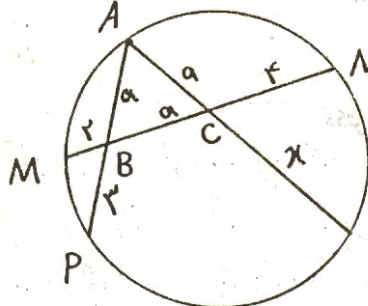
است با این شرط که این دنباله «برگشتی خطی» باشد؟

- الف - ۲۸ و ۸۲      ب - ۲۸ و ۱۲۳      ج - ۱۳۶ و ۳۲۸      د - ۱۲۲ و ۳۶۵      ه - ۲۴۴ و ۴۸۷

(۳) عدد  $a$  طبیعی بوده و  $b$  و  $c$  صحیح‌اند. اگر معادله‌ی  $P(x) = ax^2 + bx + c = 0$  دو ریشه‌ی متمایز

در فاصله‌ی باز  $(0, 1)$  داشته باشد، حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

- الف - ۲      ب - ۳      ج - ۴      د - ۶      ه - ۷



(۴) دایره‌ی  $\Omega$  به شعاع  $r$  و مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  به

طول ضلع  $a$  درون آن مفروض است اگر  $A$  روی محیط دایره

باشد و ضلع  $BC$  دایره را در نقاط  $M$  و  $N$ ، و  $AB$  و  $AC$

دایره را به ترتیب در نقاط  $P$  و  $Q$  قطع کنند و  $BP = 3$ ،

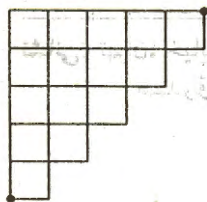
$MB = 2$ ، و  $CN = 4$ ، آن‌گاه مقدار  $CQ$  کدام است؟

- الف - ۴      ب - ۴/۵      ج - ۵      د - ۵/۵      ه - با اطلاعات مسئله نمی‌توان آن را به دست آورد.

(۵) عددهای طبیعی  $a_1, a_2, a_3, \dots$  و  $a_1 = 1$  به این صورت تعریف شده‌اند که  $a_{n+1} = 2a_n + 5$  و

کدام یک از عددهای زیر می‌تواند در بین  $a_n$ ها ظاهر شود؟

- الف - ۵۶۲۳۰۱      ب - ۷۸۶۲۲۷      ج - ۱۶۴۸۵      د - ۳۱۲۳      ه - ۵۱۵۱۹



(۶) تعداد مسیرهای از نقطه‌ی  $A$  به  $B$  را بیابید در صورتی که

بدانیم در هر مرحله می‌توان فقط یک گام به راست یا یک

گام به سمت بالا برداشت.

- الف - ۶۱      ب - ۱۳۲      ج - ۱۲۶      د - ۱۲۷      ه - ۶۲



(۷) چند عدد طبیعی وجود دارد که مقسوم علیه حداقل یکی از اعداد  $۱۲۵۰$ ،  $۴۵۲۰$  و  $۵۰۱۰$  باشد؟ (۱)

الف - ۱ ب -  $۲۶۳۱۲$  ج -  $۲۶۳۱۳$  د -  $۲۶۱۵۱$  ه -  $۲۶۱۵۰$

تساوی داشته باشد. ب -  $۲۶۳۱۲$  ج -  $۲۶۳۱۳$  د -  $۲۶۱۵۱$  ه -  $۲۶۱۵۰$

(۸) نقطه‌ی  $M$  درون مثلث غیرمتساوی الساقین  $ABC$  مفروض است. کدام جمله‌ی زیر در مورد مقدار

$MA + MB + MC$  درست است؟

الف - همیشه از بزرگ‌ترین ضلع مثلث، کوچک‌تر است.

ب - همیشه از جمع دو ضلع بزرگ‌تر مثلث، کوچک‌تر است. (۱)

ج - همیشه از جمع دو ضلع کوچک‌تر مثلث، بزرگ‌تر است.

د - همیشه از ۳ برابر شعاع دایره‌ی محیطی، بزرگ‌تر است.

ه - از جمع دو ارتفاع بزرگ‌تر، کوچک‌تر است.

ج -  $\pi + 2$

(۹) از روی عدد  $a$  می‌توانیم به  $b$  برسیم، اگر  $\frac{[a, b]}{b}$  عددی اول باشد و می‌نویسیم  $a \rightarrow b$ . کدام یک از

گزینه‌های زیر غلط است؟

الف - با آغاز از هر عدد  $a \in \mathbb{N}$  با زنجیره‌ای مثل  $k$  می‌توان به هر  $a \in \mathbb{N}$  رسید. (۱)

ب - با هر عدد  $a \in \mathbb{N}$  و اعداد  $b_1, \dots, b_m$  که داده شده‌اند، زنجیره‌ای با آغاز از  $a$  وجود دارد که همه‌ی  $b_i$ ها در آن ظاهر شوند و هر کدام یک بار.

ج - با آغاز از هر عدد  $a \in \mathbb{N}$ ، زنجیره‌ای وجود دارد که تنها شامل مضارب  $a$  باشد و همه‌ی مضارب  $a$  در آن ظاهر شوند. (زنجیره‌ای نامتناهی)

د - با آغاز از هر عدد  $a \in \mathbb{N}$ ، می‌توان زنجیره‌ای یافت که همه‌ی اعداد مربع کامل در آن آمده باشند. (زنجیره‌ای نامتناهی)

ه - با آغاز از هر عدد  $a \in \mathbb{N}$ ، می‌توان زنجیره‌ای یافت که همه‌ی اعداد آن کمتر از  $b$  باشند و همه‌ی اعداد کمتر از  $b$  در آن آمده باشند، هر یک دقیقاً یک بار ( $b > a$  عددی داده شده است).

(۱۰) فرض کنیم  $a_1, a_2, \dots, a_{1379}$  همان اعداد  $1, 2, \dots, 1379$  هستند که با یک ترتیب دل‌خواه ظاهر شده‌اند. تعریف می‌کنیم:  $f_i = |a_i - i|$  و قرار می‌دهیم:  $L = f_1 \times f_2 \times \dots \times f_{1379}$ . با در نظر

گرفتن تمام ترتیب‌ها،  $L$  مساوی چند تا از اعداد ۱ تا ۱۰ می‌تواند باشد؟ (۱)

الف - هیچ مقدار ب - ۳ ج - ۵ د - ۷ ه - تمام مقادیر



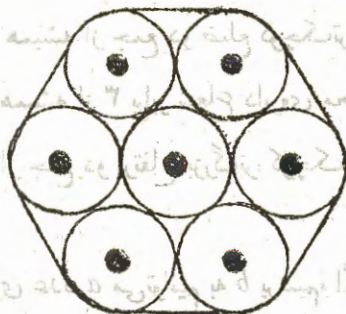
(۱۱) فرض کنید  $a_1$  عددی طبیعی باشد و  $a_{n+1}$  را برابر بزرگ‌ترین عامل اول در  $a_n + 1$  تعریف کنیم.  $a_1$  را خوب می‌نامیم اگر دنباله‌ی  $\{a_n\}$  متناظر با آن، سرانجام متناوب باشد. کدام حکم درست است؟

الف - تعداد اعداد خوب، متناهی است.      ب - تعداد اعداد غیر خوب، نامتناهی است.

ج - همه‌ی اعداد خوب هستند.      د - همه‌ی اعداد غیر خوب هستند.

ه - اعداد غیر خوب وجود دارند و تعداد آن‌ها متناهی است.

(۱۲) هفت مداد مشابه را مطابق شکل باکش بسته‌ایم. اگر شعاع مدادها برابر ۱ واحد باشد طول کش برابر است با:



الف -  $6\pi$

ب - ۱۸

ج -  $12 + \pi$

د -  $12 + 2\pi$

ه -  $18 + 2\pi$

(۱۳) در یکی از اقمار سیاره‌ی مریخ مردم برای انتخاب رئیس این‌گونه عمل می‌کنند که اگر  $n$  نفر نامزد ریاست باشند، هر فرد به‌هنگام رأی دادن بر حسب علاقه‌ی خود امتیازهای متفاوتی از بین اعداد ۱ تا  $n$  به هر کدام از نامزدها نسبت می‌دهد. سپس امتیازهای هر کدام از نامزدها را جمع می‌زنند و کسی که بیش‌ترین امتیاز را بیاورد رئیس می‌شود. در این دوره سه نفر  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  نامزد شده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

الف - اگر بیشتر مردم (بیش از نصف)  $A$  را بر  $B$  ترجیح دهند و بیشتر مردم  $B$  را بر  $C$  ترجیح دهند، آنگاه بیشتر مردم  $A$  را بر  $C$  ترجیح می‌دهند.

ب - اگر بیشتر مردم  $A$  را بر  $B$  ترجیح دهند و بیشتر مردم  $A$  را بر  $C$  ترجیح دهند،  $A$  رئیس می‌شود.

ج - اگر کمتر از نصف مردم  $A$  را هم بر  $B$  و هم بر  $C$  ترجیح دهند، ممکن است  $A$  رئیس شود.

د - اگر همه‌ی کسانی که  $A$  را بر  $B$  ترجیح می‌دهند،  $C$  را بر  $A$  ترجیح دهند، ممکن است  $B$  رئیس شود.

ه - اگر ابتدا بین هر سه و سپس بین دو نفری که بیش‌ترین امتیازها را کسب کرده‌اند، انتخابات برگزار شود (انتخابات دومرحله‌ای)، ممکن است نتایج آن با نتایج انتخابات یک‌مرحله‌ای متفاوت باشد.

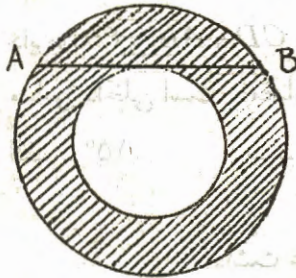
(۱۴) تعداد جواب‌های معادله‌ی  $a^2 + b^2 = c^2 + 3$  در اعداد طبیعی چند تاست؟

الف - صفر      ب - ۲      ج - ۴      د - ۸      ه - بی‌نهایت



(۱۵) فرض کنید صفحه‌ی شطرنجی  $2n \times 2n$  را بخواهیم با یک عدد موزاییک  $2 \times 2$  و  $1 - n^2$  تا موزاییک  $4 \times 1$  ببوشانیم. کدام یک از احکام زیر درست است؟

- الف - به‌ازای همی  $n$  ها، می‌توان این کار را کرد.  
 ب - به‌جز برای متناهی تا  $n$ ، می‌توان این کار را کرد.  
 ج - به‌جز برای متناهی تا  $n$ ، هرگز نمی‌توان این کار را کرد.  
 د - فقط برای  $n$  های فرد می‌توان این کار را کرد.  
 ه - برای  $n$  های مربع کامل می‌توان این کار را کرد.



(۱۶) در شکل مقابل می‌دانیم طول پاره‌خط  $AB$  برابر ۱۴ واحد است. اگر مساحت قسمت هاشور خورده را  $S$  بنامیم، در مورد  $S$  قوی‌ترین حکم کدام است؟

- الف -  $49\pi \leq S \leq 98\pi$       ب -  $14\pi \leq S \leq 49\pi$   
 ج -  $S = 49\pi$       د -  $S \geq 14\pi$       ه -  $S \leq 98\pi$

(۱۷) بین ۱۰۰ دانش آموز ۷ آزمون برگزار کرده‌ایم، و در هیچ یک از آزمون‌ها هیچ دو دانش‌آموزی نمره‌ی مساوی نگرفته‌اند. هر دانش‌آموزی که حداقل در یکی از امتحانات نفر اول شده باشد و یا حداقل در ۴ آزمون بین ۶ نفر اول باشد جایزه می‌گیرد. هم‌چنین این شرط را نیز داریم که هر دانش‌آموزی حداکثر یک جایزه می‌گیرد. حداکثر چند دانش‌آموز می‌توانند جایزه بگیرند؟

- الف - ۱۵ نفر      ب - ۱۴ نفر      ج - ۱۳ نفر      د - ۱۲ نفر      ه - ۷ نفر

(۱۸) فرض کنید  $a, b, c > 0$  و داشته باشیم  $a + b = c$ . حداقل مقدار عبارت  $A = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 b^2}$  کدام است؟

- الف - ۹      ب - ۱۵      ج - ۱۸      د - ۲۱      ه - ۳

(۱۹) برای هر  $f_m, m \in \mathbb{N}$  را بدین صورت تعریف می‌کنیم:

$$f_1 = 1, f_2 = 11, f_3 = 111, \dots, f_m = \underbrace{111\dots1}_m \text{ بار}$$

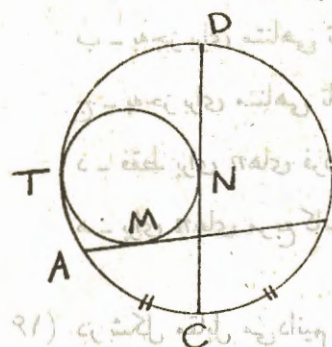
چندتا از  $f_m$  ها را می‌توان به‌صورت مجموع دو مربع کامل از اعداد طبیعی غیرصفر نوشت؟

- الف - ۱      ب - ۱      ج - ۲      د - ۳      ه - بی‌نهایت



(۲۰) اعداد ۱، ۲، ۳، ...، ۶۱ را طوری در یک ردیف نوشته‌ایم که هر عدد مجموع اعداد قبل از خود را می‌شمارد. اگر عدد اول در این ردیف ۶۱ و عدد دوم ۱ باشد، عدد سوم کدام یک از اعداد زیر است؟

الف - ۲      ب - ۴      ج - ۳۰      د - ۳۱      ه - نمی‌توان پیدا کرد.

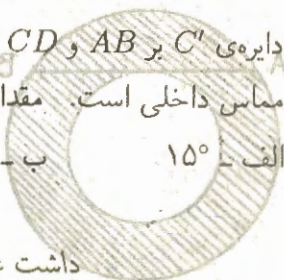


(۲۱) دایره‌ی C روی صفحه مفروض است. چهار نقطه‌ی A, C, B, D طوری روی دایره‌ی C قرار دارند که داریم:

$$\widehat{AB} = \widehat{BD} = 60^\circ = 2\widehat{AC}$$

دایره‌ی C' بر AB و CD در نقاط M و N و بر دایره‌ی C در نقطه T مماس داخلی است. مقدار زاویه‌ی MTN کدام است؟

الف -  $15^\circ$       ب -  $20^\circ$       ج -  $22,5^\circ$       د -  $27,5^\circ$       ه -  $30^\circ$



(۲۲) داشت عباس قلی خان پسری      پسر بی‌ادب و بی‌هنری  
اسم او بود علی‌مردان خان      اهل منزل ز دستش به امان

علی‌مردان از دست عباس قلی خان گریخته و داخل حوضی به شعاع ۱ پریده. عباس قلی خان از آن رو که به آفتاب آشنا نیست، در لبه‌ی حوض ایستاده. سرعت دویدن او چهار برابر سرعت شنا کردن علی‌مردان است، اما بیرون از حوض علی‌مردان سریع‌تر از وی می‌دود. حداقل فاصله‌ی آن دو چه قدر باشد تا علی‌مردان بتواند خود را به لبه‌ی حوض رسانده و فرار کند؟

الف - ۷      ب -  $2 - \frac{\pi}{4}$       ج -  $\frac{\pi}{4}$       د - خوشبختانه هیچ‌گاه نمی‌تواند فرار کند.

(۲۳) دو نفر مشغول خوردن تخمه از یک ظرف هستند. قرار است که به نوبت از آن ظرف تخمه بردارند. هر نفر مجاز به برداشتن ۱، ۲، یا ۵ تخمه در نوبت خودش است. هر کس که آخرین تخمه (یا تخمه‌ها) را بردارد برنده است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف - در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری ۱۳۷۷ باشد، نفر دوم برنده است.  
ب - در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری ۱۳۷۸ باشد، نفر دوم برنده است.  
ج - در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری ۱۳۷۹ باشد، نفر دوم برنده است.  
د - در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری بیش از ۲۰۰۰ باشد، نفر اول برنده است.  
ه - در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری بیش از ۲۰۰۰ باشد، نفر دوم برنده است.



۲۴) برای اعداد حقیقی و مثبت  $x, y, z$  و داریم  $xyz(x+y+z) = 1$  حداقل مقدار عبارت  $(x+y)(y+z)$  کدام یک از مقادیر زیر است؟

- الف -  $\frac{4}{\sqrt{3}}$       ب -  $\frac{1}{2}$       ج -  $\frac{4}{\sqrt{3}}$       د -  $\frac{1}{2}$       ه -  $\frac{4}{\sqrt{3}}$

۲۵) فرض کنید شخصی یک عدد از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ را انتخاب کرده باشد. می‌توانیم هر بار به او یک عدد بدهیم و او بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این عدد و عدد اولیه را به ما بگوید. با چند مرحله حتماً می‌توانیم عدد او را بیابیم؟

- الف - ۱۰۰      ب -  $(100)$       ج - به تعداد اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰۰

۲۶) در یک کارخانه هر کارگر با تعدادی از کارگرها دوست است و به اندازه‌ی میانگین حقوق همه‌ی دوستانش، حقوق می‌گیرد. کدام گزینه درست است؟

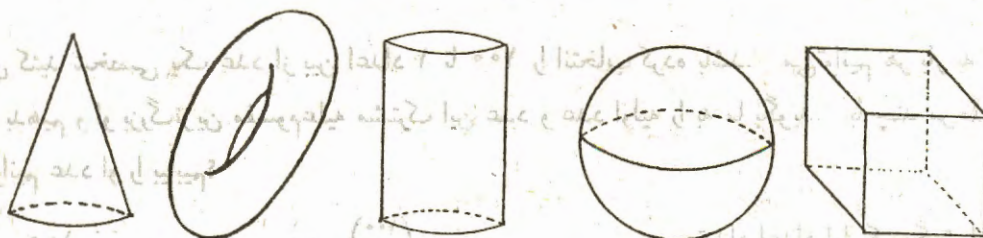
- الف - کارگری وجود دارد که به اندازه‌ی میانگین بقیه‌ی کارگرها حقوق می‌گیرد.  
ب - حقوق هیچ کارگری بیشتر از دو برابر حقوق عباس‌قلی جوش‌کار (عباس‌قلی‌خان!) نیست.  
ج - حقوق همه‌ی کارگرها برابر است.  
د - حقوق هر دو دوست برابر است، ولی حقوق همه لزوماً برابر نیست.  
ه - هیچ‌کدام

سؤال‌های ۲۷ تا ۳۰ با توجه به توضیحاتی که قبل از آن‌ها آمده است، حل می‌شوند. پیش از خواندن صورت سؤال‌ها، ابتدا متنی که به هر قسمت مربوط می‌شود را با دقت کافی مطالعه کنید. این سؤال‌ها به گونه‌ای طرح شده‌اند که یک موضوع جدید را با بیان ساده معرفی می‌کنند و توانایی درک مفاهیم را می‌سنجند. توجه داشته باشید که نمره‌ی مثبت و منفی‌ای که برای هر یک از این سؤال‌ها در نظر گرفته می‌شود دو برابر سؤال‌های عادی است.



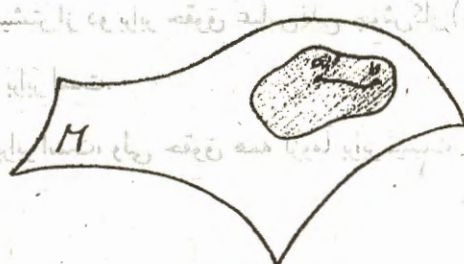
با توجه به توضیحات زیر به دو سؤال ۲۷ و ۲۸ پاسخ دهید. (۲۲)

منظور از یک «رویه» شکلی است که در آن حول و حوش هر نقطه، شبیه صفحه‌ای احتمالاً کج و کوله است، مثل سطح یک مکعب، کره، استوانه، چنبره (تیوپ ماشین) و یا یک مخروط.



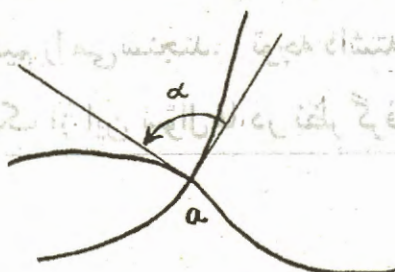
یک «رویه» را «هموار» می‌گوییم اگر در هیچ نقطه‌ای شکستگی یا تیزی نداشته باشد. همه‌ی مثال‌های بالا غیر از مکعب و مخروط هموار هستند.

می‌توان ثابت کرد که اگر  $a$  نقطه‌ای روی «رویه‌ی هموار»  $M$  باشد، ناحیه‌ای کوچک اطراف  $a$  وجود دارد که اگر  $b$  نقطه‌ای از این ناحیه باشد، آن‌گاه  $a$  و  $b$  را می‌توان با یک خم داخل رویه طوری به هم وصل کرد که طول این خم کمترین مقدار ممکن باشد.



با کنار هم گذاشتن این خم‌های کوچک، به طوری که شکستگی به وجود نیاید، خم‌های بلندتری ساخته می‌شود که به نوعی نقش خط‌ها را در صفحه بازی می‌کنند. به این خم‌ها «شبه‌خط» می‌گوییم. می‌توان نشان داد که «شبه‌خط»‌های کره همان دایره‌های عظیمه‌اند.

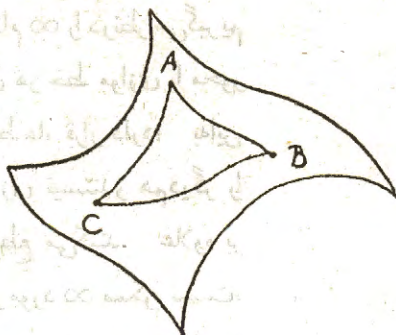
منظور از یک «خم هموار» مسیر حرکت یک متحرک است که تیزی ندارد. یعنی در هر نقطه می‌توان مماسی بر آن رسم کرد. فرض کنید دو خم هموار در نقطه‌ای  $a$  همدیگر را قطع کرده باشند. منظور از زاویه‌ی این دو خم زاویه‌ی بین مماس‌های آنها است.







اگر سه نقطه‌ی روی یک «روی‌ی هموار» را دوبه‌دو با شبه‌خط‌ها به هم وصل کنیم یک «مثلث» به وجود می‌آید. مجموع سه زاویه‌ی یک «مثلث» می‌تواند  $180^\circ$  نباشد!

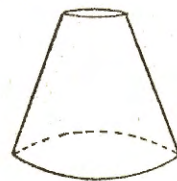
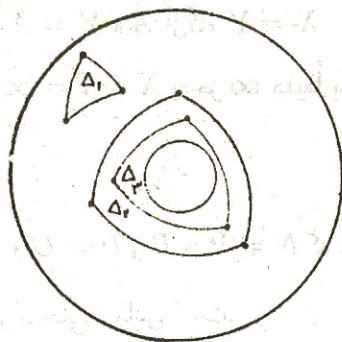


(۲۷) کدام گزینه درست است؟

- الف - از هر دو نقطه‌ی کره حداکثر ۲ شبه‌خط می‌گذرد.  
 ب - مجموع زوایای یک «مثلث» روی کره به شعاع یک مقداری ثابت و بیشتر از  $180^\circ$  است.  
 ج - مجموع زوایای یک «مثلث» روی کره عددی بین  $180^\circ$  و  $900^\circ$  است.  
 د - مجموع زوایای یک «مثلث» روی کره به شعاع یک تناسب با مساحت داخل مثلث است.  
 ه - الف و ج

(۲۸) کدام گزینه درست است؟

فرض کنید  $M$  یک مخروط ناقص باشد (یعنی مخروطی که سر آن را بریده‌اند). اگر  $\Delta_1$ ،  $\Delta_2$  و  $\Delta_3$  «مثلث‌هایی» به شکل زیر روی  $M$  باشند، کدام درست است؟ (تصویر از بالا است.)

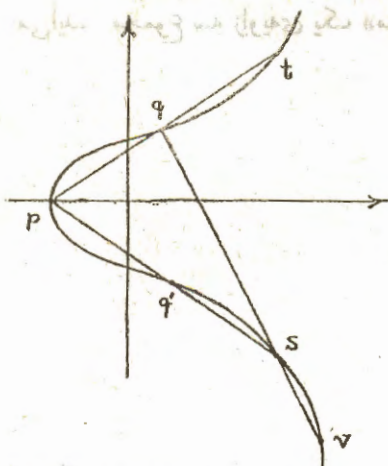


- (۱) مجموع زوایای  $\Delta_1$ ،  $180^\circ$  است.  
 (۲) مجموع زوایای  $\Delta_2$  و  $\Delta_3$  برابر است.  
 (۳) مجموع زوایای  $\Delta_2$  از دوتای دیگر بیشتر است.

الف - ۱ و ۳      ب - ۱ و ۲      ج - ۲      د - ۳      ه - هیچ‌کدام



با توجه به توضیحات زیر به دو سؤال ۲۹ و ۳۰ پاسخ دهید.



منحنی  $y^2 = x^3 + 1$  را در صفحه در نظر بگیرید. به طور نمادین یک موجود به نام  $\infty$  را در نظر می گیریم و قرارداد می کنیم که  $\infty$  روی هر خط موازی با محور  $y$  ها، و فقط روی همین خط ها، قرار دارد! به این ترتیب این خط ها دیگر موازی نیستند و هم دیگر را دقیقاً در یک نقطه ( $\infty$ ) قطع می کنند. علاوه بر این دیگر به کار بردن شهود در مورد  $\infty$  ممکن نیست، چون  $\infty$  هم در بالای صفحه است و هم در پایین! مجموعه ی نقاط منحنی به همراه  $\infty$  را  $M$  می نامیم.

برای دو نقطه ی  $A$  و  $B$  در  $M$ ، خط گذرنده از  $A$  و  $B$  را در نظر می گیریم. اگر این خط از نقطه ی سومی از  $M$  گذشت، قرینه ی آن نقطه نسبت به محور  $x$  ها را با  $A * B$  نشان می دهیم. اگر روی خط مورد نظر نقطه ی دیگری از  $M$  نبود ولی در یکی از نقاط  $A$  و  $B$  خط بر منحنی مماس بود، نقطه ی برخورد سوم را همان محل تماس فرض کنید. در ضمن تعریف می کنیم  $\infty * \infty = \infty$ . می توان نشان داد که  $A * B$  همواره تعریف می شود و در تعریف آن ابهامی نیست (یعنی هیچ خطی  $M$  را در ۴ نقطه قطع نمی کند). به علاوه می توان نشان داد که  $A * (B * C) = (A * B) * C$ . توجه کنید که وصل کردن  $A$  به  $A$  با یک خط یعنی رسم مماس بر منحنی در نقطه ی  $A$ . هم چنین تعریف می کنیم که  $A^n = \underbrace{A * A * \dots * A}_{n \text{ بار}}$

(۲۹) کدام گزینه غلط است؟

الف - عضو  $E \in M$  وجود دارد به قسمی که برای هر  $A \in M$  داریم  $A * E = A$

ب - برای هر  $A, B \in M$ ،  $x \in M$  وجود دارد که  $A * X = B$

ج - اگر  $A * Y = A * X$  آن گاه  $X = Y$

د - معادله ی  $X * X = \infty$  به جز  $\infty$  دقیقاً یک جواب دیگر دارد.

ه - هیچ کدام

(۳۰) فرض کنید  $U = Q * S$  و  $N = V * P$  که  $P = (-1, 0)$ . کدام گزینه غلط است؟

الف -  $NS$  بر منحنی مماس است. ب - مماس بر منحنی در  $Q$  از  $U * P$  می گذرد.

ج -  $S = (U * P) * T$  د - تنها یک خط عمودی مماس بر منحنی وجود دارد.

ه - اگر  $A^7 = A^{11}$  و  $A^{15} = A^{20}$  آن گاه  $A = \infty$

«موفق باشید»